



МІНІСТЕРСТВО АГРАРНОЇ ПОЛІТИКИ УКРАЇНИ  
НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ ЦЕНТР ПО  
ПІДГОТОВЦІ МОЛОДШИХ СПЕЦІАЛІСТІВ

# ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА

Методичні рекомендації  
та навчальні завдання



**МІНІСТЕРСТВО АГРАРНОЇ ПОЛІТИКИ УКРАЇНИ  
НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ ЦЕНТР ПО ПІДГОТОВЦІ  
МОЛОДШИХ СПЕЦІАЛІСТІВ**

**ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА**

**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ  
ТА НАВЧАЛЬНІ ЗАВДАННЯ**

**ЗІ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ 5.091902  
“МЕХАНІЗАЦІЯ СІЛЬСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА”  
ТА 5.091904 “МЕХАНІЗАЦІЯ МЕЛІОРАТИВНИХ  
РОБІТ СІЛЬСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА”  
ДЛЯ СТУДЕНТІВ ЗАОЧНОЇ ФОРМИ НАВЧАННЯ  
АГРАРНИХ ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ  
І–ІІ РІВНІВ АКРЕДИТАЦІЇ**

**2005**

## ВСТУП

Предмет технічної механіки. Роль механіки як наукової основи техніки. Зв'язок механіки з суспільним виробництвом і її роль у розв'язанні народногосподарських завдань. Основні етапи розвитку механіки. Значення механіки для підготовки фахівців інженерної сфери.

### Прочитайте

Л-2, § 1.1; Л-3, § 1.1; Л-5, Вступ, §1.1; Л-8, § 1; Л-9, Введение

### Зверніть увагу

Технічна механіка є важливою загальнотехнічною дисципліною, від знання якої багато в чому залежить якість професійної підготовки спеціаліста інженерно-технічного профілю. Програма дисципліни передбачає вивчення загальних законів рівноваги і руху матеріальних тіл; основних методів розрахунку окремих деталей чи вузлів машин на міцність, жорсткість і стійкість; вивчення будови, застосування і основ проектування деталей машин і вузлів загального призначення.

### Питання для самоконтролю

1. Яка роль і значення технічної механіки в техніці?
2. Що таке рух взагалі, які форми руху ви знаєте?
3. Що вивчає теоретична механіка?
4. Що вивчають розділи теоретичної механіки: статика, кінематика, динаміка?
5. Яке значення механіки для підготовки інженерів?

## 1. ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА

### СТАТИКА

#### 1.1. Основні поняття та аксіоми статички

Предмет статички. Матеріальна точка. Абсолютно тверде тіло. Сила, система сил, еквівалентні системи сил. Рівнодійна сила. Зрівноважуюча сила. Аксіоми статички. Вільне і невільне тіло. В'язі, реакції в'язей. Основні види в'язей та їх реакції. Аксіома про звільнення від в'язей.

## Прочитайте

Л-2, §§ 1.1–1.3; Л-3, §§ 1.1–1.3; Л-5, §§ 1.1–1.7; Л-8, §§ 2–5; Л-9, глава 1.

## Інформація

Статика вивчає умови, за яких тіло знаходиться в рівновазі під дією заданої системи сил. У статисти всі тіла є абсолютно твердими. *Абсолютно тверде тіло* – це тіло, відстань між будь-якими двома точками якого завжди залишається незмінною. *Рівновагою* є такий стан, при якому тіло перебуває в спокої або рухається прямолінійно рівномірно чи рівномірно обертається. Основні поняття: *система сил* – це сукупність сил, що діють на дане тіло; якщо під дією деякої системи сил вільне тіло не змінює свого механічного стану, то така система сил називається *зрівноваженою системою сил*; дві системи сил називаються *еквівалентними*, якщо вони виявляють однакову механічну дію на одне і те вільне тверде тіло; сила, яка після приєднання до деякої системи сил, що діють на тіло, приводить цю систему до рівноваги називається *зрівноважуючою* даної системи сил; сила, еквівалентна даній системі сил, називається *рівнодіючою* цієї системи.

**Аксиоми статyki:** будь-яке тіло зберігає свій стан спокою або прямолінійного рівномірного руху, доки будь-які сили не виведуть тіло з цього стану; сили взаємодії двох тіл завжди однакові за модулем і протилежно напрямлені по одній прямій; для рівноваги вільного твердого тіла, яке перебуває під дією двох сил, необхідно і достатньо, щоб ці сили дорівнювали одна одній за модулем і діяли по одній прямій у протилежних напрямках; рівновага твердого тіла не порушиться, якщо до нього прикласти або відняти від нього систему зрівноважених сил; рівнодіюча двох сил, прикладених до тіла в одній точці, дорівнює за модулем діагоналі паралелограма побудованого на даних силах, збігається з діагоналлю і прикладена в тій самій точці. Тіла поділяють на вільні і невольні. Під абсолютно *вільним тілом* розуміють тіло, яке може переміщуватися в просторі в будь-якому напрямі (рис. 1). Більшість тіл – невольні, їх рух обмежується взаємодією з іншими тілами. Тіла, які обмежують рух даного тіла в просторі, називаються *в'язями*. Сила, з якою в'язь діє на дане тіло, називається *реакцією в'язі*. Будь-яке невольне тіло можна розглядати як вільне, якщо подумки звільнити його від в'язей і замінити їх дію на тіло силами реакцій цих в'язей (*аксіома про звільнення від в'язей*).

**☝ Зверніть увагу**

Реакція в'язі є силою протидії і завжди має напрям, протилежний силі дії даного тіла на в'язь. Реакція в'язі завжди напрямлена в бік, протилежний неможливому рухові.

**☞ Запам'ятайте**

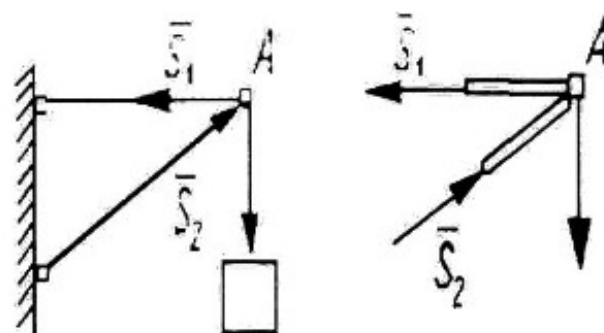
Під час розв'язування задач реакції в'язей у більшості випадків невідомі. Залежно від характеру закріплення тіл розрізняють кілька типів в'язей (табл.1).

Таблиця 1

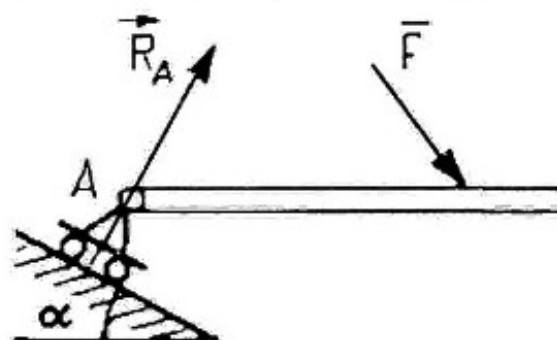
**В'язі та їх реакції**

Вид в'язі і напрям його реакції	Графічне зображення в'язі та його реакції
<p><b>1. Ідеально гладка поверхня</b>                      Реакція <math>N</math> напрямлена вздовж нормалі до поверхні в бік тіла</p>	
<p><b>2. Опорна точка чи ребро</b>                      Реакція <math>N</math> напрямлена перпендикулярно до поверхні тіла чи дотичної до опорної поверхні в бік тіла</p>	
<p><b>3. Гнучка в'язь</b>                      (нитка, ланцюг, канат).                      Гнучка в'язь може бути тільки розтягнутою, тому реакція <math>T</math> напрямлена вздовж в'язі до точки підвісу</p>	

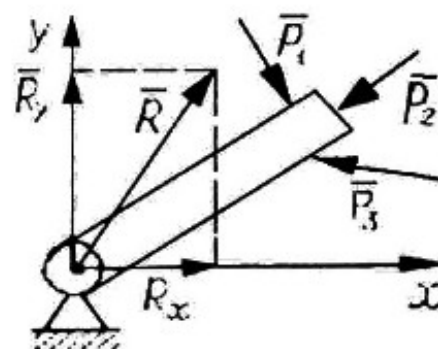
4. **Ідеальний стержень**, кінці якого кріпляться шарнірно, навантажений на кінцях. Реакція  $S$  напрямлена по прямій, яка проходить через центри шарнірів і прикладена до шарніра об'єкта, рівновага якого вивчається. Ідеальний стержень працює на розтяг або стиск



5. **Рухомий циліндричний шарнір**. В'язь дозволяє тілу обертатися навколо осі шарніра і рухатися разом із шарніром уздовж опорної поверхні. Реакція  $R$  напрямлена перпендикулярно до опорної поверхні



6. **Нерухомий циліндричний шарнір** (радіальний підшипник, петля). Реакція лежить у площині, перпендикулярній до осі шарніра, напрям її невідомий. Під час розв'язку задач реакцію показують складовими  $R_x$  і

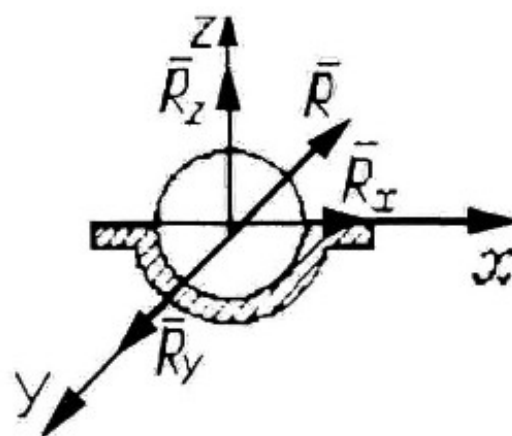


$$R_y, \quad R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

7. **Сферичний шарнір, упорний підшипник, під'ятник**

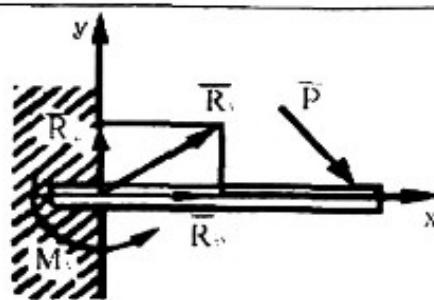
Напрямок реакції в просторі може бути довільним залежно від активних сил. Під час розв'язку задач її зображають у вигляді трьох складових:  $R_x$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ ;

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$



8. Жорстке закріплення у випадку дії на тіло плоскої системи сил. Реактивні сили можна зобразити у вигляді опорної реакції

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} \text{ та реактивного моменту } M_A$$



### ❖ Питання для самоконтролю

1. Чи порушиться рівновага тіла (рис. 2), якщо чисельно рівні сили  $F_1$  і  $F_2$  поміняти місцями?
2. При яких значеннях кута  $\alpha$  (в межах  $0-180^\circ$ ) (рис. 3) модуль рівнодійної визначається як: а)  $R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ ; б)  $R = F_1 + F_2$ ; в)  $R = F_1 - F_2$  ?

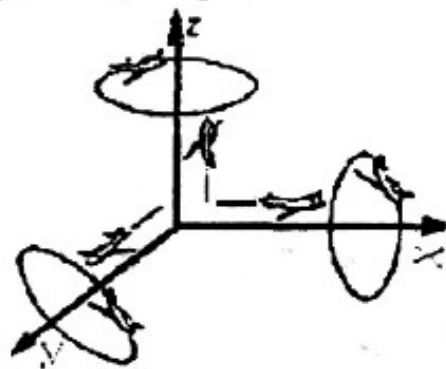


Рис. 1

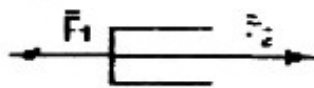


Рис. 2

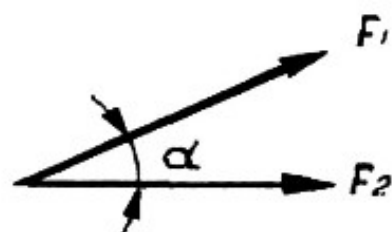


Рис. 3

3. Чи можуть зрівноважуватись сили дії та протидії двох тіл? Чому?
4. До якого тіла прикладена реакція опори: до самої опори чи до тіла, яке на неї опирається?

5. Вказати напрями реакцій в'язей балок і кулі (рис. 4).

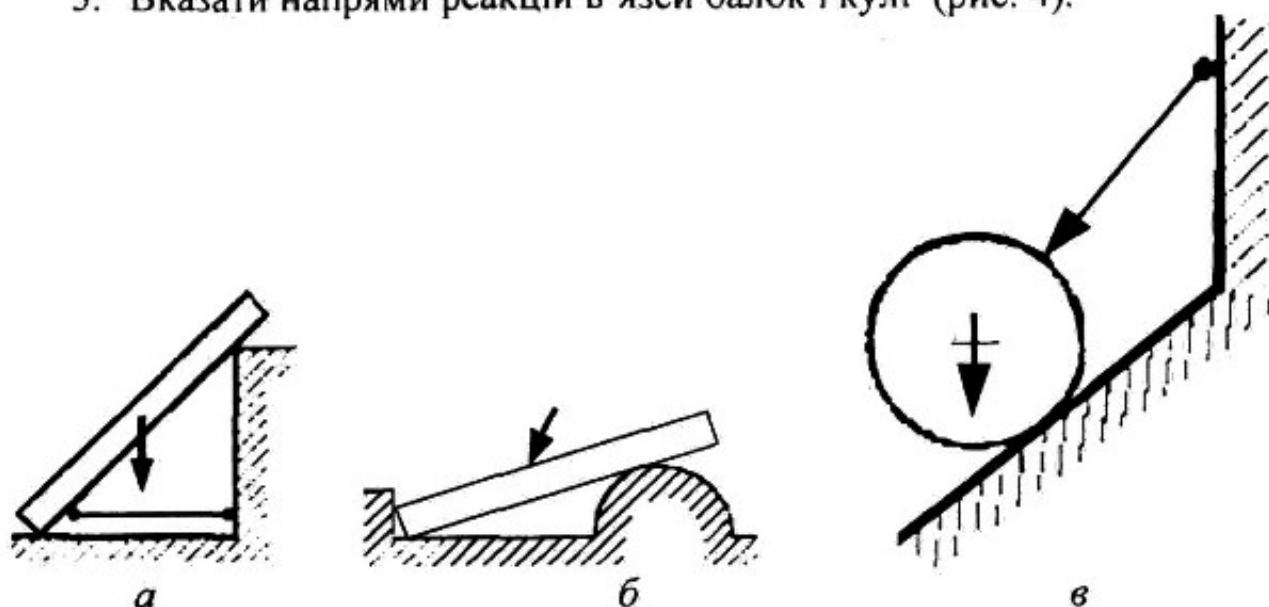


Рис. 4

## 1.2. Плоска система сил

Система збіжних сил. Розкладання сили на дві складові, прикладені в тій же точці. Додавання плоскої системи збіжних сил, силовий многокутник. Проекція сили на осі координат. Геометричний та аналітичний способи визначення рівнодійної системи збіжних сил. Геометрична та аналітичні умови рівноваги плоскої системи збіжних сил. Рациональний вибір координатних осей.

Додавання двох паралельних сил. Момент сили відносно точки. Пара сил. Плече пари, момент пари. Властивості пар. Еквівалентність пар. Додавання пар. Умова рівноваги плоскої системи пар.

Теорема про паралельне перенесення сили. Зведення довільної плоскої системи сил до даного центра. Головний вектор та головний момент плоскої системи сил. Окремі випадки зведення плоскої системи сил до даного центра. Умови рівноваги плоскої довільної системи сил, рівняння рівноваги. Рівновага плоскої системи паралельних сил. Рациональний вибір напрямку координатних осей і центра моментів. Класифікація навантажень: зосереджені сили, зосереджені пари сил, розподілені навантаження. Визначення опорних реакцій балок. В'язі з тертям. Тертя ковзання, тертя кочення.

### 📖 Прочитайте

Л-2, §§ 1.4–1.17; Л-3, §§ 1.4–1.7; Л-5, §§ 2.1–2.5, 3.1–3.3, 4.1–4.6, 5.1–5.5, 6.1–6.5; Л-8, §§ 6–21; Л-9, глава 2, глави 5–6.

## ☞ Інформація

Система сил, лінії дії яких перетинаються в одній точці, називається *системою збіжних сил*. Плоска система збіжних сил у загальному випадку еквівалентна одній силі – рівнодійній. Рівнодійна плоскої системи збіжних сил  $\vec{R}$  дорівнює геометричній сумі всіх сил системи  $\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$  (рис. 5а), чисельно рівнодійна дорівнює (рис. 5б):

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n F_{ix}\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n F_{iy}\right)^2}$$

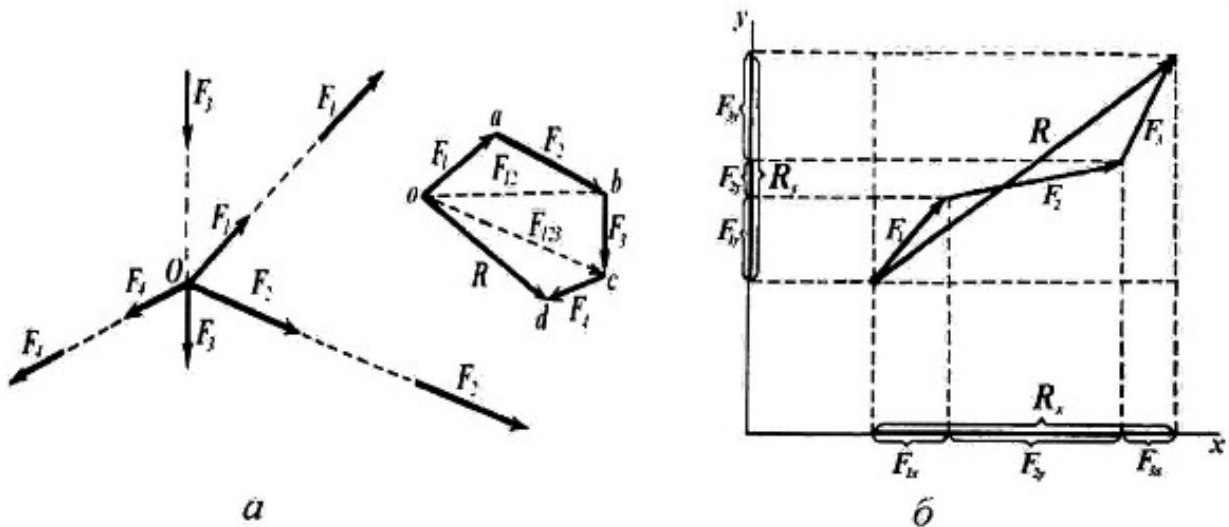


Рис. 5

Дві паралельні, рівні за модулем і протилежно напрямлені сили називаються *парою сил* (рис. 6). Пара сил намагається надати тілу оберտального руху. Обертальна дія пари залежить від величини сили, плеча пари, напрямку обертання, площини дії пари і характеризується моментом пари. **Плече пари** – це відстань між лініями дії сил. **Момент пари** дорівнює добутку модуля однієї з сил пари на плече пари:

$$m(F_1; F_2) = \pm F_1 h = \pm F_2 h.$$

Момент пари є додатним, якщо вона намагається обертати тіло в напрямі, протилежному руху годинникової стрілки. Одна сила також може спричинити обертальну дію, яка характеризується моментом сили. **Момент сили** відносно точки дорівнює добутку модуля сили на її плече:

$$M_o(F) = \pm Fh.$$

Точку, відносно якої визначають момент сили, називають центром моменту. Плечем сили відносно точки називають найкоротшу відстань від центра моменту до лінії дії сили (рис. 7). Момент сили є

додатним, якщо сила намагатиметься обернути своє плече навколо центра моментів проти годинникової стрілки (рис. 8).

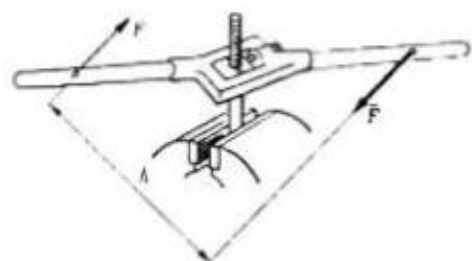


Рис. 6

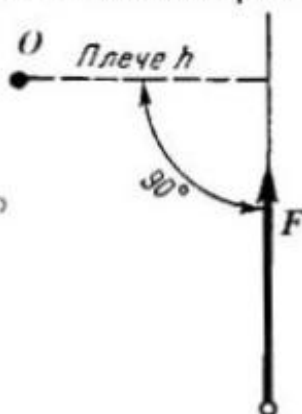


Рис. 7

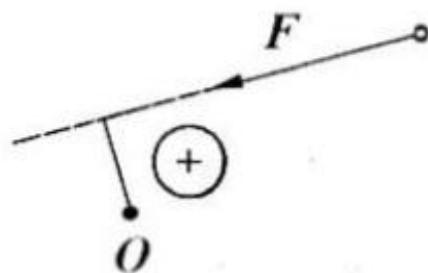


Рис. 8

### Зверніть увагу

**Проекція сили на вісь** дорівнює модулю цієї сили, помноженому на косинус кута між напрямом сили і додатним напрямом осі:  $F_x = F \cos \alpha$  (рис. 9). Під час вивчення теми необхідно отримати навички в розв'язуванні задач на рівновагу тіл, звернувши особливу увагу на раціональний вибір напрямку координатних осей. При розв'язуванні задач для спрощення рівнянь рівноваги координатні осі вибирають таким чином, щоб хоча б одна з осей співпадала з невідомою реакцією.

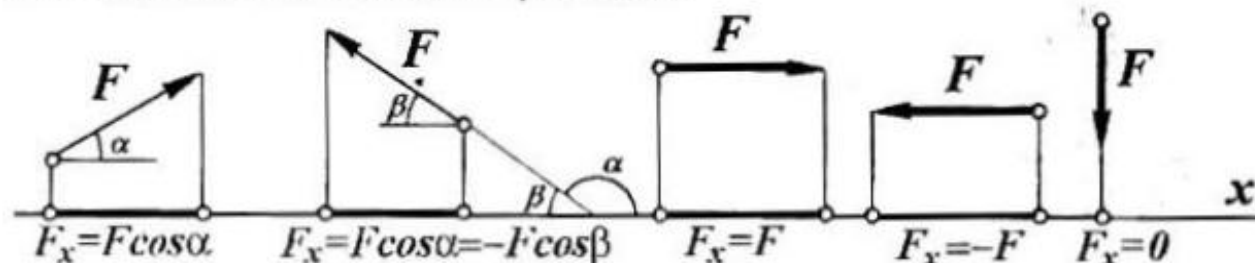


Рис. 9

Пару сил не можна зрівноважити однією силою, її можна зрівноважити тільки іншою парою. Дія пари сил на тіло не зміниться, якщо пару перемістити в площині її дії; змінити модуль сил і плече пари, не змінивши її моменту. Момент сили відносно точки залежить від взаємного розміщення сили і точки (центра моменту). Одна й та сама сила відносно різних точок може створювати додатний і від'ємний моменти (рис.10). Момент сили відносно точки не змінюється від перенесення її вздовж лінії дії, оскільки модуль сили і плече залишаються незмінними (рис.11). Момент сили відносно точки, що лежить на лінії дії цієї сили, дорівнює нулю.

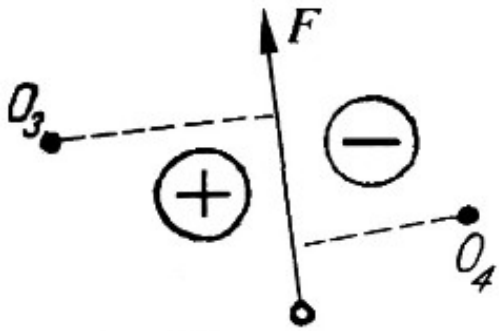


Рис. 10

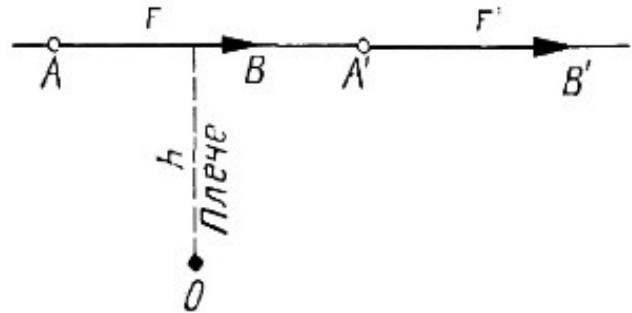


Рис. 11

При складанні рівнянь рівноваги слід звернути особливу увагу на раціональний вибір напрямку координатних осей та положення центру моментів: координатну вісь доцільно проводити перпендикулярно одній з невідомих сил, а за центри моментів вибирати точки, в яких перетинається більше невідомих сил. Види навантажень балок: зосереджені сили (рис. 12), рівномірно розподілені навантаження (рис.13) і пари сил. Розглянути питання тертя, ковзання і кочення, поняття самогальмування, які мають важливе значення в техніці.

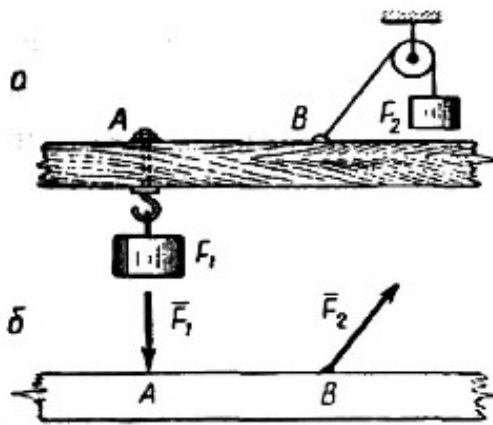


Рис.12

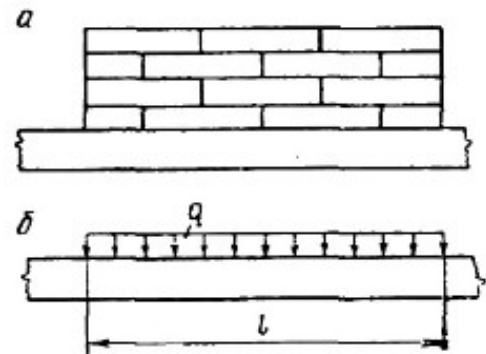


Рис. 13

### → Запам'ятайте

Рівновага тіла буде забезпечена у випадку, коли рівнодійна рівна нулю. Геометричною умовою рівноваги плоскої системи збіжних сил є замкнутість силового багатокутника, побудованого на силах системи. Аналітичною умовою рівноваги плоскої системи збіжних сил є рівність нулю алгебраїчної суми проєкцій всіх сил системи на дві довільні взаємно перпендикулярні осі (табл. 2):

$$\sum_1^n F_{ix} = 0 ; \sum_1^n F_{iy} = 0 .$$

При будь-якому центрі моментів пара сил входить до рівняння моментів з одним і тим же знаком і однією й тією ж величиною. У

рівняння сил і в рівняння проєкцій сил пара сил не входить. Плоску систему пар можна замінити однією парою, момент якої дорівнює алгебраїчній сумі моментів складових пар:

$$m = \sum_{i=1}^n m_i.$$

Для рівноваги плоскої системи пар необхідно і достатньо, щоб алгебраїчна сума моментів усіх пар системи дорівнювала нулю:

$$m = \sum_{i=1}^n m_i = 0.$$

Аналітичною умовою рівноваги плоскої системи довільних сил є рівність нулю алгебраїчних сум проєкцій сил системи на дві довільні взаємно перпендикулярні осі, які лежать у площині дії сил, та алгебраїчної суми моментів сил системи відносно будь-якої точки площини:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \sum_{i=1}^n M_O(F_i) = 0 \text{ (табл. 2).}$$

Ці рівняння називають рівняннями рівноваги плоскої системи довільних сил. У деяких випадках рівняння рівноваги зручно застосовувати в такому вигляді:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0, \sum_{i=1}^n M_B(F_i) = 0$$

(вісь X не перпендикулярна відріzkу AB);

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \sum_{i=1}^n M_B(F_i) = 0, \sum_{i=1}^n M_C(F_i) = 0$$

(точки A, B і C не лежать на одній прямій).

### ❖ Питання для самоконтролю

1. Чи є збіжною система сил, що діє на кулю (рис. 4в); на шарнір В (рис. 14)?
2. Який вектор силового багатокутника (рис. 15а) є рівнодієюною силою?
3. Визначити значення рівнодієюної сили (рис. 15б).
4. Який силовий багатокутник (рис. 15а чи 15б) відповідає зрівноваженій системі сил?

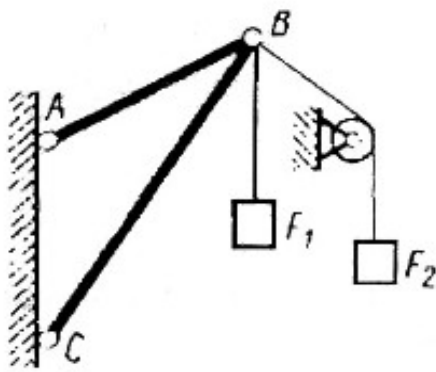


Рис. 14

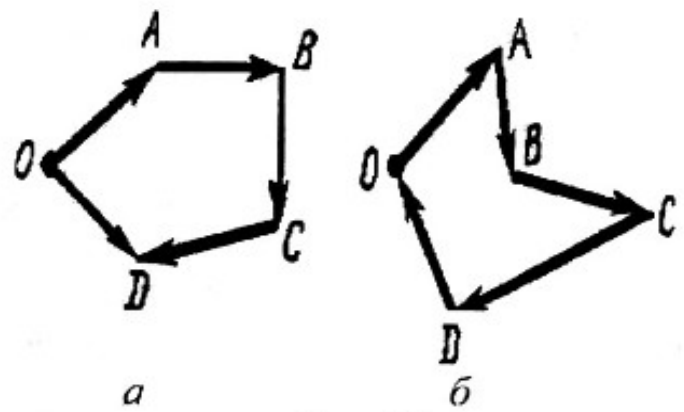


Рис. 15

5. При яких значеннях кута  $\alpha$  (у межах  $0-180^\circ$ ) проекція сили на вісь (рис. 16) буде рівна: а) нулю; б)  $F$ ; в)  $-F$ ?

6. Точка А знаходиться в рівновазі під дією чотирьох сил, з яких сили  $R_1$  та  $R_2$  – невідомі. При якому розміщенні координатних осей (рис. 17а чи 17б) одержані рівняння рівноваги будуть простішими?

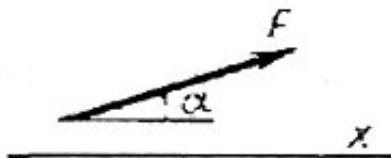


Рис. 16

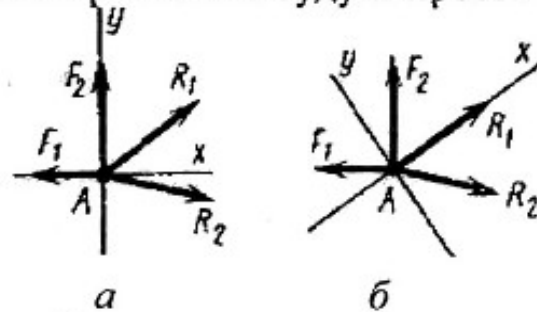


Рис. 17

7. Чи є серед зображених на рис. 18 пар сил еквівалентні пари?
8. Момент якої з наведених пар (рис. 18) є додатним?
9. Визначити момент пари сил, зображеної на рис. 18в.
10. Чому сили пари не включають у рівняння проекцій сил на координатні осі?
11. Чому пара сил входить до рівняння моментів з одним і тим же знаком і однією й тією ж величиною?
12. Визначити суму моментів сил (рис. 19) відносно точки О, якщо  $AO = OB = OC = 1\text{ м}$ .

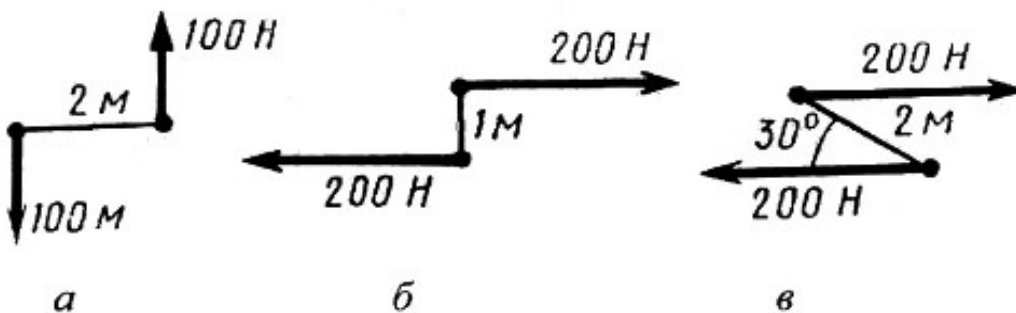


Рис. 18

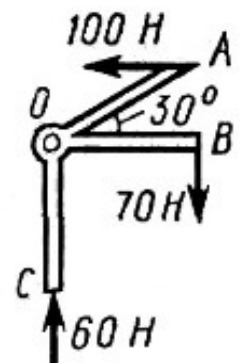


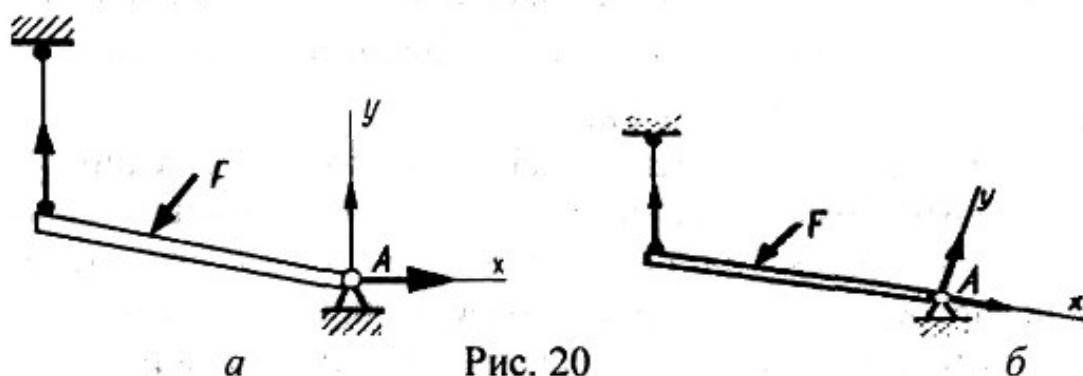
Рис. 19

13. Чи залежать значення і напрям головного вектора від положення центру зведення?

14. Головний вектор і головний момент плоскої системи довільно розміщених сил дорівнюють нулю. Чи можна стверджувати, що дана система сил знаходиться в рівновазі?

15. Скільки незалежних рівнянь рівноваги можна скласти для плоскої системи паралельних сил?

16. Чи будуть однаковими значення складових реакцій шарніра А та його повної реакції (рис. 20) при різному напрямі координатних осей?



### 1.3. Просторова система сил

Паралелепіпед сил. Проекція сили на три взаємно перпендикулярні осі. Рівновага просторової системи збіжних сил. Момент сили відносно осі. Загальний випадок дії просторової системи сил на тіло. Рівновага довільної просторової системи сил. Рівновага просторової системи паралельних сил.

#### 📖 Прочитайте

Л-2, §§1.18–1.20; Л-3, §§1.18–1.20; Л-5, 7.1–7.8; Л-8, §§ 22; Л-9, глава 7.

#### 📖 Інформація

Системи сил, лінії дії яких не лежать в одній площині, називають **просторовими системами сил**. Просторові системи сил поділяються на системи збіжних та довільно розміщених сил. Аналітичний метод розв'язку задач з просторовими системами сил аналогічний розв'язку для плоских систем з тією лише різницею, що сили проектуються на три, а не на дві взаємно перпендикулярні осі, моменти сил визначаються відносно цих осей, а не відносно точок. Для рівноваги просторової системи збіжних сил необхідно і достатньо, щоб

алгебраїчні суми проєкцій усіх сил системи на кожную з трьох взаємно перпендикулярних осей дорівнювали нулю:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0.$$

### ☞ Зверніть увагу

Для визначення моменту сили  $\vec{F}$  відносно осі  $z$  необхідно:

- провести площину, перпендикулярну до цієї осі;
- знайти проєкцію  $\vec{F}_{xy}$  сили  $\vec{F}$  на цю площину (на відміну від проєкції сили на вісь, проєкція сили на площину є величина векторна);
- обчислити момент проєкції  $\vec{F}_{xy}$  відносно точки перетину осі  $z$  з площиною (рис. 21):  $M_z = \pm F_{xy} h$ .

Момент сили відносно осі вважають додатним, якщо спостерігач, розташований на вістрі осі, бачить обертання тіла навколо осі проти руху стрілки годинника. Необхідно пам'ятати, що момент сили відносно осі дорівнює нулю, якщо сила і вісь лежать в одній площині, тобто лінія дії сили перетинає вісь (плече дорівнює нулю, рис. 22а), лінія дії сили паралельна осі (проєкція сили дорівнює нулю, рис. 22б, 22в).

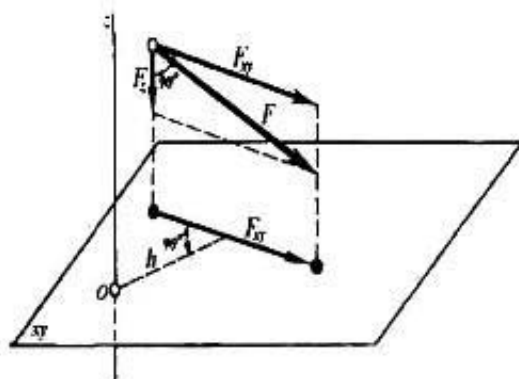


Рис. 21

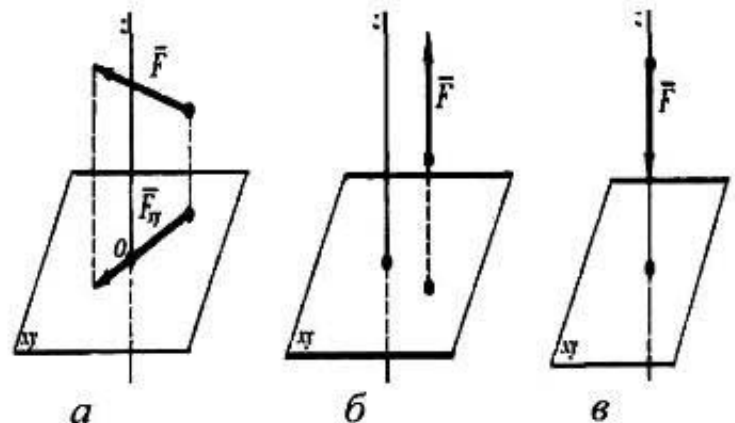


Рис. 22

## Рівняння рівноваги сил

<b>Просторова система</b>		
довільних сил		$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0 \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$ $\sum_{i=1}^n F_{iz} = 0 \quad \sum_{i=1}^n M_x(F_i) = 0$ $\sum_{i=1}^n M_y(F_i) = 0 \quad \sum_{i=1}^n M_z(F_i) = 0$
паралельних сил		$\sum_{i=1}^n F_{iz} = 0 \quad \sum_{i=1}^n M_x(F_i) = 0$ $\sum_{i=1}^n M_y(F_i) = 0$
збіжних сил		$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0 \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$ $\sum_{i=1}^n F_{iz} = 0$
<b>Плоска система</b>		
довільних сил		$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0 \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$ $\sum_{i=1}^n M_o(F_i) = 0$
паралельних сил		$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$ $\sum_{i=1}^n M_o(F_i) = 0$
збіжних сил		$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$ $\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$

### ☞ Запам'ятайте

Для рівноваги просторової системи довільно розміщених сил необхідно і достатньо, щоб алгебраїчні суми проєкцій всіх сил на кожну з трьох осей координат були рівні нулю та алгебраїчні суми моментів усіх сил відносно кожної з цих осей були рівні нулю (тіло не рухається вздовж жодної з координатних осей (рис. 1) і не обертається відносно цих осей). Ці умови записуються *шістьма рівняннями рівноваги* (табл. 2):

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_x(F_i) = 0, \\ \sum_{i=1}^n M_y(F_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_z(F_i) = 0.$$

Будь-яку з систем можна розглядати як окремий випадок довільної просторової системи сил. Тому наведені шість рівнянь використовують для розв'язку задач на рівновагу різних систем сил, при цьому деякі з цих рівнянь перетворюються на тотожність. Рівняння рівноваги для різних систем сил наведено в табл. 2.

### ◇ Питання для самоконтролю

1. Скільки рівнянь рівноваги і які можна скласти для просторової системи збіжних сил?
2. Як визначити момент сили відносно осі?
3. Чому при визначенні моменту сили відносно осі необхідно проєктувати силу на площину, перпендикулярну осі?
4. В яких випадках момент сили відносно осі дорівнює нулю?
5. Скільки рівнянь рівноваги і які можна скласти для просторової системи довільних сил; паралельних сил?

### 1.4. Центр ваги

Центр паралельних сил. Центр ваги твердого тіла. Методи знаходження координат центра ваги. Положення центрів ваги простих геометричних фігур. Статична стійкість положення рівноваги твердого тіла.

### 📖 Прочитайте

Л-2, §§1.21–1.24; Л-3, §§1.21–1.24; Л-5, §§8.1–8.4; Л-8, §§23–24; Л-9, глава 8.

## ☞ Інформація

**Центром ваги** твердого тіла називають незмінно зв'язану з тілом точку, через яку проходить лінія дії сили тяжіння даного тіла при будь-якому положенні тіла в просторі. Центр ваги може знаходитись як на самому тілі, так і за його межами. Для визначення положення центра ваги використовують експериментальний та аналітичні методи: *симетрії, розбиття, від'ємних мас*. Центри ваги тіл визначають при розв'язку задач на рівновагу і стійкість тіл. Головну увагу при вивченні цієї теми слід звернути на розв'язок задач з плоскими геометричними фігурами та зі стандартними прокатними профілями.

## ☝ Зверніть увагу

У реальних умовах кожне тіло під дією навколишнього середовища може отримати деякі відхилення від положення рівноваги. Опір тіла цим відхиленням називають *стійкістю*. Для стійкості твердого тіла проти перекидання необхідно і достатньо, щоб момент стійкості був більшим, ніж момент перекидання:  $M_{ст} \geq M_{п}$ .

## ◇ Питання для самоконтролю

1. У чому полягає основна властивість центра паралельних сил?
2. Дати визначення центра ваги тіла.
3. Чи може бути статичний момент площі від'ємним або рівним нулю?
4. Як визначити положення центра ваги тіла за допомогою методу розбиття?
5. Як знайти координати центра ваги плоского складного перерізу?
6. Де знаходиться центр ваги однорідного тіла обертання?
7. Яка умова необхідна для забезпечення стійкості тіла?
8. Навести приклади стійкої, нестійкої і байдужої рівноваги.
9. Як зміниться стійкість тіла, якщо збільшити площу його опори; знизити положення центра ваги?

## 1.5. Кінематика точки

Предмет кінематики. Спокій та рух, відносність цих понять. Система відліку. Основні поняття кінематики: траєкторія, відстань, шлях, швидкість, прискорення. Способи визначення руху точки: векторний, координатний, натуральний. Швидкість і прискорення

точки. Прискорення повне, нормальне, дотичне. Види руху точки залежно від прискорення. Рівномірний та рівнозмінний рух точки.

### Прочитайте

Л-2, §§1.25–1.30; Л-3, §§1.25–1.30; Л-5, §§ 9.1–9.13; Л-9, §§50–59.

### Інформація

**Кінематика** – це розділ теоретичної механіки, який вивчає рух тіл тільки з геометричного боку, незалежно від факторів, які обумовлюють той чи інший характер руху. Щоб визначити положення точки в просторі, необхідно мати деяке умовно нерухоме тіло і пов'язану з ним систему координатних осей – **систему відліку**. У процесі руху матеріальна точка описує неперервну лінію, яку називають траєкторією. **Траєкторія** – це геометричне місце положень, які рухома точка послідовно займає в просторі. Якщо траєкторія має форму прямої, то рух називають **прямолінійним**, якщо форму кривої – **криволінійним**. Основними кінематичними характеристиками руху точки є її швидкість і прискорення. **Швидкість** – це величина, яка характеризує зміну переміщення за одиницю часу. Вектор швидкості направлений по дотичній до траєкторії в бік руху (рис. 23). Чисельно величина швидкості точки в даний момент часу дорівнює першій похідній від координати за часом:  $v = \frac{ds}{dt}$ . **Прискорення** – це величина,

яка характеризує зміну модуля і напрям швидкості точки за одиницю часу (рис. 23). Проекція прискорення на дотичну  $a_t$  дорівнює першій похідній від швидкості за часом:  $a_t = \frac{dv}{dt}$ . **Дотичне прискорення**  $a_t$

характеризує зміну швидкості по величині; може бути додатним, від'ємним і рівним нулю. Проекція прискорення на нормаль  $a_n$  дорівнює квадрату швидкості, поділеному на радіус кривизни траєкторії в даній точці кривої:  $a_n = \frac{v^2}{\rho}$ . **Нормальне прискорення**  $a_n$

характеризує зміну швидкості за напрямом;  $a_n = 0$ , якщо точка рухається по прямій; в інших випадках  $a_n > 0$ . Нормальне прискорення завжди напрямлене до центра кривизни траєкторії (рис. 23). Модуль прискорення точки дорівнює:  $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$ .

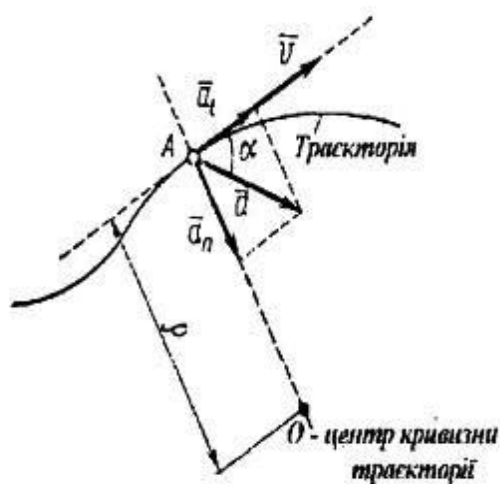


Рис. 23

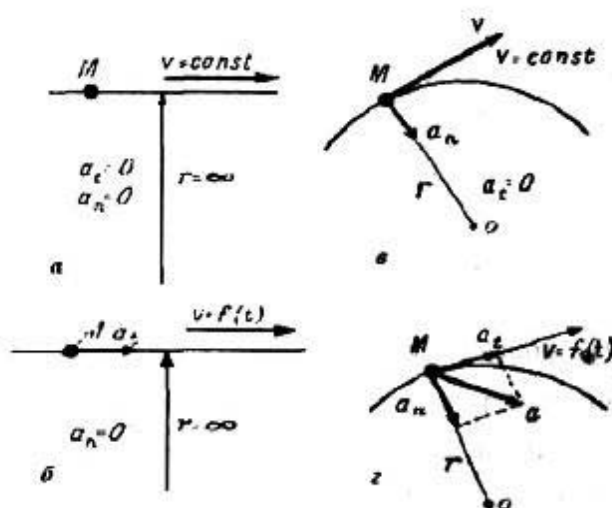


Рис. 24

### Зверніть увагу

Рух точки можна класифікувати за двома ознаками: ступенем нерівномірності її руху та видом траєкторії:

- рівномірний прямолінійний рух –  $a_t = 0$  і  $a_n = 0$  (рис. 24а);
- рівномірний криволінійний рух –  $a_t = 0$  і  $a_n \neq 0$  (рис. 24в);
- нерівномірний прямолінійний рух –  $a_t \neq 0$  і  $a_n = 0$  (рис. 24б);
- нерівномірний криволінійний рух –  $a_t \neq 0$  і  $a_n \neq 0$  (рис. 24г).

Розглядаючи види руху точки залежно від прискорення, слід звернути увагу на розрахункові формули для рівномірного та рівнозмінного руху точки (табл. 3).

### Питання для самоконтролю

1. Дати визначення основних понять кінематики: система відліку, траєкторія, шлях, час, швидкість, прискорення.
2. Чи можна визначити траєкторію точки, якщо шлях, пройдений точкою, задано як функцію часу (наприклад,  $S = 2at^2$ )?
3. Точка рухається за законом  $S = 2t + 0,2t^2$ . Визначити вид руху точки.
4. Точка рухається по прямій з постійним прискоренням, напрямленим протилежно швидкості. Визначити вид руху точки.
5. Як визначити напрям і чисельне значення швидкості руху точки в даний момент часу?
6. Яка складова прискорення характеризує зміну вектора швидкості за напрямом?
7. Яка складова прискорення точки характеризує зміну величини вектора швидкості?

8. Точка рівномірно рухається по колу. Чи можна стверджувати, що повне прискорення цієї точки дорівнює нулю?
9. Як визначити нормальне і дотичне прискорення точки?
10. Як визначити модуль і напрям повного прискорення точки?

### 1.6. Кінематика найпростіших рухів твердого тіла

Поступальний рух твердого тіла і його властивості. Обертальний рух твердого тіла навколо нерухомої осі, рівняння руху. Кутова швидкість та кутове прискорення. Рівномірне та рівнозмінне обертання. Лінійні швидкості та прискорення точок тіла, яке обертається навколо нерухомої осі. Способи передачі обертального руху. Передаточне число.

#### Прочитайте

Л-2, §§ 1.31–1.35; Л-3, §§1.31–1.35; Л-5, §§10.1–10.5; Л-9, §§60–64.

#### Інформація

Розрізняють два найпростіших види руху твердого тіла: *поступальний* і *обертальний*. Поступальним рухом твердого тіла називають такий рух, при якому довільна пряма, проведена на тілі, під час руху залишається паралельною самій собі (рис. 25). Прикладами поступального руху є рух лопаті ексцентрикового мотовила, педалі велосипеда, рух корпусу трактора по прямолінійній ділянці шляху. При поступальному русі тіла траєкторії точок, їх швидкості і прискорення в даний момент часу однакові, тому вивчення поступального руху зводиться до вивчення руху однієї точки. Поступальний рух тіла характеризують залежно від часу лінійні величини:  $s$  (шлях, відстань),  $v$  (швидкість),  $a$  (прискорення з його складовими  $a_t$  і  $a_n$ ). При поступальному русі тіла застосовуються всі формули кінематики точки. Здійснити нескінченний поступальний рух неможливо, тому в техніці поступальний рух намагаються замінити зворотно-поступальним. Зворотно-поступальний рух здійснює, наприклад, поршень двигуна, ніж косарки, голка швейної машини. Обертальний рух дозволяє отримувати великі швидкості, передавати великі потужності, здійснювати безперервний технологічний процес без поштовхів і ударів, притаманних зворотно-поступальному рухові. Тому в машинах більша частина деталей здійснює обертальний рух: ротори електричних машин, мологильні барабани комбайнів, вали і маховики двигунів, ножі роторних косарок тощо. При обертальному русі точки осі нерухомі, всі інші точки описують кола, площини яких

перпендикулярні осі обертання, а центри лежать на цій осі. Обертальний рух залежно від часу характеризують кутові величини:  $\varphi$  (кут повороту, рад.),  $\omega$  (кутова швидкість, рад/с),  $\varepsilon$  (кутове прискорення, рад/с<sup>2</sup>).

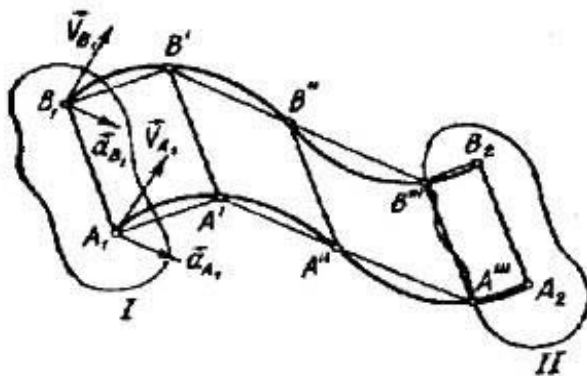


Рис. 25

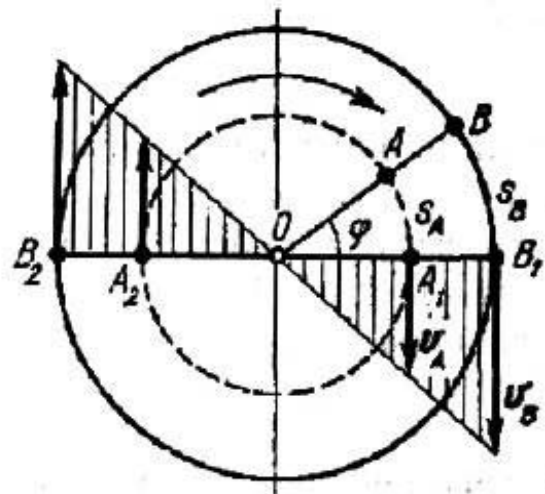


Рис. 26

### → Запам'ятайте

Щоб визначити положення тіла в довільний момент часу, необхідно знати закон обертального руху твердого тіла

$$\varphi = f(t),$$

де  $\varphi$  – у радіанах,  $t$  – у секундах.

Кутова швидкість тіла – це величина, яка характеризує зміну кута повороту за одиницю часу:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \text{ рад/с.}$$

Кутове прискорення – це величина, яка характеризує зміну кутової швидкості за одиницю часу:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}, \text{ рад/с}^2.$$

Кутова швидкість у технічних розрахунках дуже часто вимірюється в обертах, здійснених за одну хвилину (об/хв), тому важливо розуміти, що  $\omega$  (рад/с) і  $n$  (об/хв) виражають одне й те ж поняття – кутову швидкість тіла (швидкість обертання), але в різних одиницях. Перехід від одних одиниць до інших здійснюється за формулами:

$$\omega = \frac{\pi n}{30} \approx 0,1n \text{ та } n = \frac{30\omega}{\pi}.$$

**Зверніть увагу**

При обертальному русі кутові переміщення, кутові швидкості і кутові прискорення однакові для всіх точок тіла. Лінійні швидкості і прискорення точок тіла пропорційні їх відстаням до осі обертання (рис. 26):

$$v = \omega r, a_t = \varepsilon r, a_n = \omega^2 r, a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = r \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Окремими випадками обертального руху є рівномірне та рівнозмінне обертання. Слід звернути увагу на повну змістовну аналогію формул для визначення кутових величин при обертальному русі тіла навколо нерухомої осі з формулами для визначення відповідних лінійних величин при поступальному русі (табл. 3).

Таблиця 3

**Кінематичні характеристики поступального й обертального рухів тіла**

Кінематична характеристика	Характер руху	Вид руху	
		поступальний	обертальний
1	2	3	4
Переміщення	Нерівномірний	$s = f(t)$	$\varphi = f(t)$
	Рівномірний	$s = s_0 + v t$	$\varphi = \varphi_0 + \omega t$
	Рівнозмінний	$s = s_0 + v_0 t + \frac{a_t t^2}{2}$	$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$
Швидкість	Нерівномірний	$v = \frac{ds}{dt}$	$v = \omega r$ $\omega = \text{const}$
	Рівномірний	$v = \text{const}$ $v = \frac{s - s_0}{t}$	$\omega = \frac{\varphi - \varphi_0}{t}$ $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$
	Рівнозмінний	$v = v_0 + a_t t$	
Прискорення	Нерівномірний	$a_t \neq 0$	$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ $a_t = \varepsilon r; a_n = \omega^2 r$
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• нерівномірний прямолінійний</li> <li>• нерівномірний криволінійний</li> </ul>	$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}; a_n = 0$  $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}; a_n = \frac{v^2}{\rho}$	

1	2	3	4
	Рівномірний <ul style="list-style-type: none"> <li>• рівномірний прямолінійний</li> <li>• рівномірний криволінійний</li> </ul>	$a_t = 0$  $a_t = 0; \sum_{i=1}^n M_C(F_i) = 0$  $a_t = 0; a_n = \frac{v^2}{\rho}$	$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$  $a_t = 0; a_n = \omega^2 r$
	Рівнозмінний <ul style="list-style-type: none"> <li>• рівнозмінний прямолінійний</li> <li>• рівнозмінний криволінійний</li> </ul>	$a_t = const$  $\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$  $a_t = \frac{v - v_0}{t}; a_n = \frac{v^2}{\rho}$	$\varepsilon = const$ $\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t};$ $a_t = \varepsilon r; a_n = \omega^2 r$

### ◆ Питання для самоконтролю

1. Навести приклади поступального руху тіла і назвати властивості цього руху.
2. Чи можна стверджувати, що поступальний рух твердого тіла визначається законом руху довільної його точки?
3. Визначити характер обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі у випадках: а)  $\varepsilon = 0,5 \text{ рад/с}^2$ ; б)  $\varepsilon = 0$ ; в)  $\omega = 15 \text{ рад/с}$ ; г)  $\omega = 2t \text{ рад/с}$  ( $t$  – час).
4. Яка складова прискорення довільної точки твердого тіла дорівнює нулю при рівномірному обертанні твердого тіла навколо нерухомої осі?
5. Один маховик обертається з кутовою швидкістю  $36 \text{ рад/с}$ , а інший – з частотою  $300 \text{ об/хв}$ . Який з маховиків обертається швидше?
6. Як зміниться швидкість вантажу після збільшення діаметра барабана лебідки при незмінній кутовій швидкості?

### 1.7. Складний рух точки

Абсолютний, відносний та переносний рух точки. Теорема про додавання швидкостей.

### 📖 Прочитайте

Л-2, § 1.36; Л-3, § 1.36; Л-5, §§ 11.1–11.2; Л-9, §§ 65–67.

## ≡ Інформація

Складним рухом називається рух, який складається з кількох незалежних рухів (рис. 27а).

**Абсолютний рух** – це рух точки відносно нерухомої системи координат.

**Переносний рух** – це рух, який здійснює рухома система координат у цілому по відношенню до нерухомої системи координат. Переносним рухом точки  $M$  є рух тієї точки рухомої системи, яка співпадає з точкою  $M$  (рис. 27а).

**Відносний рух** – це рух точки відносно рухомої системи координат. Наприклад, поршень двигуна трактора відносно трактора здійснює відносний рух разом з трактором – переносний рух, а по відношенню до землі – абсолютний рух. Складний рух характеризується абсолютними, переносними і відносними траєкторіями, швидкостями і прискореннями. Відносний і переносний рухи є складовими абсолютного руху і тому абсолютну швидкість можна визначити, як геометричну

(векторну) суму переносної  $v = \frac{ds}{dt}$  і відносної  $\bar{v}_r$  швидкостей даної точки (рис. 27б):

$$\bar{v} = \bar{v}_e + \bar{v}_r.$$

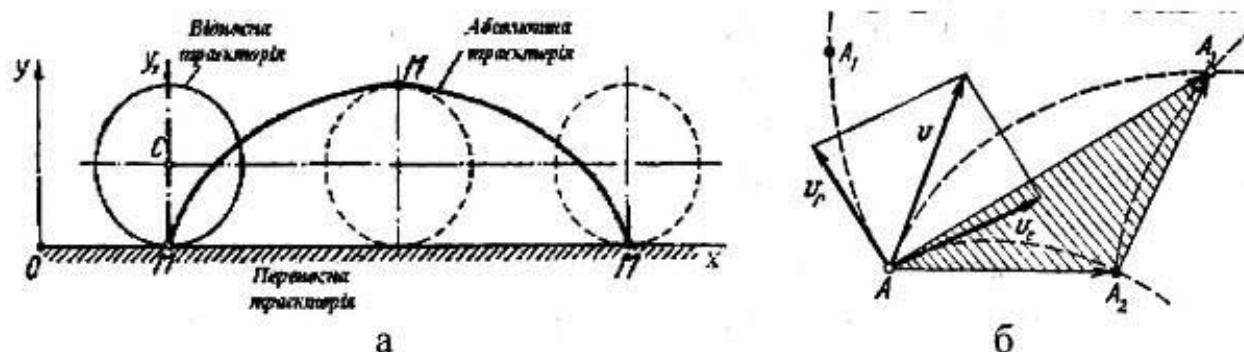


Рис. 27

### ◇ Питання для самоконтролю

1. Який рух точки називається відносним, переносним, абсолютним?

2. По рейках кран-балки рухається візок з лебідкою, яка у свою чергу піднімає деталь. Який рух деталі є відносним, переносним, абсолютним?

3. Чи може точка здійснювати поступальний рух, криволінійний рух, обертальний рух, прямолінійний рух?

4. Чи може дорівнювати нулю швидкість абсолютного руху точки, якщо швидкості відносного та переносного рухів не дорівнюють нулю?

5. Сформулюйте теорему додавання швидкостей при складному русі точки.

### 1.8. Плоскопаралельний рух твердого тіла

Плоскопаралельний рух твердого тіла. Розкладання плоскопаралельного руху на поступальний та обертальний. Швидкості точок плоскої фігури. Поняття про миттєвий центр швидкостей.

#### Прочитайте

Л-2, §§1.37–1.39; Л-3, §§1.37–1.39; Л-5, §§12.1–12.4; Л-9, §§ 68–74.

#### Інформація

Плоскопаралельним рухом твердого тіла називають рух, при якому всі точки тіла рухаються в площинах, паралельних деякій нерухомій площині. Плоскопаралельний рух здійснюють, наприклад, ланки кривошипно-шатунного механізму, колесо при русі по прямолінійній рейці, мотовило комбайна, який рухається по прямолінійній ділянці шляху.

#### Зверніть увагу

Плоскопаралельний рух в загальному випадку є складним рухом, який складається з переносного поступального руху разом з довільно вибраним полюсом – точкою  $O$  (рис.28а) і відносного обертального руху навколо цього полюса (рис. 28б). Поступальна частина плоскопаралельного руху залежить від вибору полюса, а обертальна – не залежить. Швидкість довільної точки  $A$  тіла, яке рухається плоскопаралельно, дорівнює геометричній сумі швидкості довільної точки  $O$ , прийнятої за полюс  $\vec{v}_O$  і швидкості точки  $A$  в її обертанні навколо цього полюса  $\vec{v}_{AO}$  (рис. 28в):

$$\vec{v}_A = \vec{v}_O + \vec{v}_{AO}.$$

За полюс завжди можна вибрати таку точку, швидкість якої в даний момент часу дорівнює нулю. Ця точка називається *миттєвим центром швидкостей*  $P$ . У кожен момент часу швидкість довільної точки плоскої фігури дорівнює швидкості її обертального руху навколо миттєвого центру швидкостей  $P$  (рис. 29):

$$v_A = \omega AP, \quad v_B = \omega BP, \quad v_D = \omega DP,$$

де  $\omega$  – миттєва кутова швидкість,

$AP, BP, DP$  – відстані точок до миттєвого центра швидкостей.

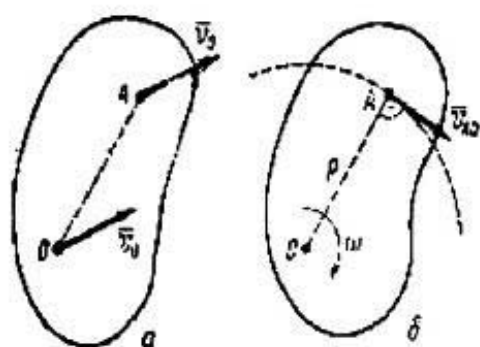


Рис. 28

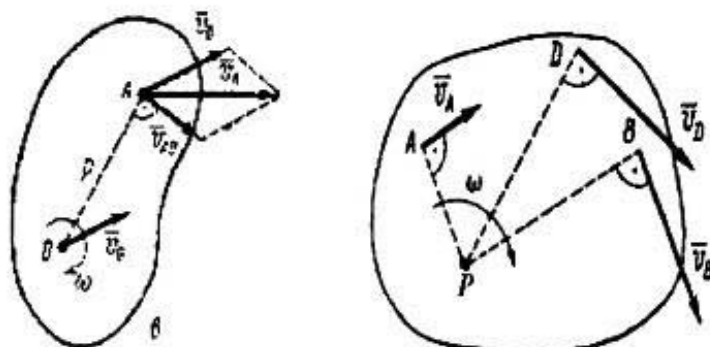


Рис. 29

### ❖ Питання для самоконтролю

1. Навести приклади плоскопаралельного руху.
2. Тіло рухається плоскопаралельно. Чи може дорівнювати нулю швидкість будь-якої точки цього тіла?
3. Дати визначення миттєвого центра швидкостей.
4. Як знайти положення миттєвого центра швидкостей, якщо відомі швидкості двох точок плоскої фігури?
5. Де знаходиться миттєвий центр швидкостей тіла, яке обертається навколо нерухомої осі?
6. Де знаходиться миттєвий центр швидкостей тіла, якщо швидкості трьох його точок, які не лежать на одній прямій, паралельні?

## 1.9. Вступ до динаміки

Предмет динаміки. Закони динаміки. Основне рівняння динаміки.

### 📖 Прочитайте

Л-2, §1.42; Л-3, §1.42; Л-5, §§13.1–13.2; Л-9, §§76–77.

### 📖 Інформація

Динаміка – це розділ теоретичної механіки, який вивчає залежність між механічним рухом тіл і діючими на них силами. Основний закон динаміки  $\vec{F} = m\vec{a}$  стверджує, що, по-перше, причиною прискорення є сила, по-друге, чисельне значення набутого прискорення пропорційне чисельному значенню сили і, по-третє, напрям вектора прискорення завжди співпадає з напрямом вектора

сили. Згідно з законом незалежності дії сил прискорення, яке отримує матеріальна точка при одночасній дії на неї кількох сил, дорівнює геометричній сумі тих прискорень, які отримала б ця точка під дією кожної сили окремо.

### ◇ Питання для самоконтролю

1. Сформулюйте дві основні задачі динаміки.
2. Сформулюйте основний закон динаміки точки.
3. Вільна матеріальна точка масою 5 кг рухається прямолінійно з прискоренням  $50 \text{ см/с}^2$ . Визначити силу прикладену до точки.
4. До двох матеріальних точок масою 5 та 15 кілограмів прикладено однакові сили. Порівняйте величини прискорень цих точок.
5. В якому стані знаходиться матеріальна точка, якщо на неї діє зрівноважена система сил ?
6. Сформулюйте закон незалежності дії сил.

### 1.10. Метод кінетостатики

Поняття про вільну і невільну матеріальну точки. Поняття про силу інерції. Сили інерції при прямолінійному та криволінійному рухах матеріальної точки. Принцип Даламбера, метод кінетостатики.

### 📖 Прочитайте

Л-2, §§1.43–1.45; Л-3, §§1.43–1.45; Л-5, §§14.1–14.2; Л-9, §§78–80.

### 👉 Зверніть увагу

Збереження матеріальною точкою незмінної швидкості при відсутності дії на неї з боку інших тіл чи при їх рівновазі називається інерцією точки. Властивість інерції матеріальна точка має завжди, сила ж інерції виникає тільки тоді, коли на неї діють інші тіла, які змушують точку змінити свій рух по інерції. Якщо в кожен момент часу до діючих на точку активних сил і реакцій зв'язків додати силу інерції, то отримана система сил буде знаходитися в рівновазі і по відношенню до неї будуть дійсними всі рівняння статyki:

$$\vec{F} + \vec{R} + \vec{F}^m = 0,$$

де  $\vec{F}$  – рівнодійна активних сил,

$\vec{R}$  – рівнодійна реактивних сил,

$\vec{F}^m$  – сила інерції.

Сила інерції матеріальної точки дорівнює по модулю добутку маси точки на її прискорення, напрямлена в бік, протилежний прискоренню, і прикладена до тіл, які викликали це прискорення:

$$\vec{F}^{\text{ин}} = -m\vec{a}.$$

При криволінійному русі точки силу інерції можна розкласти на дві складові: дотичну силу інерції  $\vec{F}_t^{\text{ин}} = -m\vec{a}_t$ , напрямлену протилежно дотичному прискоренню, і нормальну (відцентрову) силу інерції  $\vec{F}_n^{\text{ин}} = -m\vec{a}_n$ , напрямлену протилежно нормальному прискоренню точки (рис. 30).

### ≡ Інформація

Дія багатьох машин і механізмів базується на використанні відцентрових сил, наприклад, сепаратори, відцентрові регулятори, насоси. Відцентрова сила, яка виникає при обертанні незрівноважених роторів турбін, колінчастих валів поршневих машин, маховиків, може створювати дуже великі додаткові навантаження на вали та їх опори, викликати шкідливі вібрації машин. У таких випадках відцентрові сили зрівноважують, наприклад, за допомогою противаг (рис. 31).

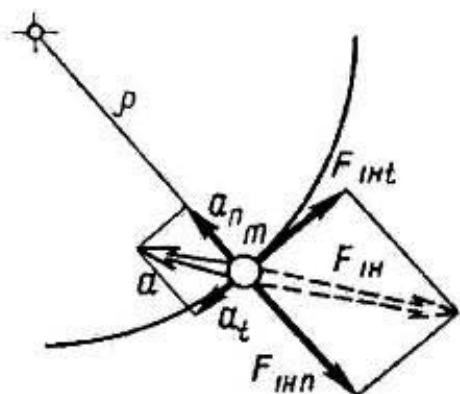


Рис. 30

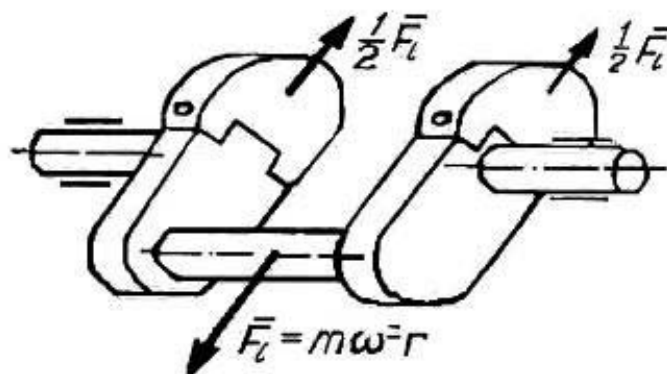


Рис. 31

### ◇ Питання для самоконтролю

1. При якому русі матеріальної точки виникає сила інерції?
2. Як визначити модуль і напрям сили інерції?
3. Чи існує сила інерції при русі матеріальної точки по криволінійній траєкторії з постійною швидкістю?
4. Згідно з принципом Даламбера при русі матеріальної точки сила інерції разом з активними силами і реакціями в'язей утворює зрівноважену систему сил. За рахунок яких же сил точка отримує прискорення?

5. Хлопчик обертає на нитці кульку. Коли небезпека розриву нитки буде більшою: при збільшенні вдвоє швидкості обертання і тій же довжині нитки; при збільшенні втричі довжини нитки і тій же швидкості обертання?

### 1.11. Робота і потужність

Робота сталої сили при прямолінійному русі. Одиниці роботи. Робота рівнодійної, робота сили тяжіння, робота сил пружності. Робота сталої сили, прикладеної до обертового тіла. Потужність, одиниці потужності. Потужність при обертальному русі тіла. Поняття про механічний коефіцієнт корисної дії.

#### Прочитайте

Л-3, §§ 1.46 ... 1.55; Л-5, §§ 15.1 ... 15.7; Л-9, §§ 81 ... 87.

#### Інформація

Робота сталої сили при прямолінійному переміщенні точки її прикладення дорівнює добутку модуля сили на довжину шляху і на косинус кута між напрямом сили і переміщення:

$$W = F s \cos \alpha \text{ (Дж)},$$

де  $\alpha$  – кут між напрямом дії сили і напрямом переміщення.

Робота сили тяжіння:

$$W = \pm Gh,$$

де  $h$  – різниця висот точок прикладання сили тяжіння в початковому і в кінцевому положеннях. Робота сталої сили, прикладеної до обертового тіла, дорівнює добутку обертаючого моменту на кутове переміщення тіла:

$$W = M\varphi.$$

Потужність – це величина, яка характеризує зміну роботи за одиницю часу:

$$P = \frac{W}{t}, \text{ Вт.}$$

#### Запам'ятайте

Потужність сили в даний момент дорівнює добутку відповідних цьому моменту часу модуля сили, модуля швидкості точки її прикладання і косинуса кута між напрямом сили і швидкості:  $P = Fv \cos \alpha$ . Потужність сили, прикладеної до обертового тіла, дорівнює добутку обертального моменту цієї сили на кутову швидкість

тіла:  $P = M_{об}\omega$ . Коефіцієнт корисної дії дорівнює відношенню корисної роботи (потужності) до затраченої:  $\eta = \frac{W_k}{W_z} = \frac{P_k}{P_z}$ . Якщо ряд

механізмів з'єднано послідовно, то загальний коефіцієнт корисної дії  $\eta$  дорівнюватиме добутку коефіцієнтів корисної дії всіх механізмів:

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_n.$$

### ◇ Питання для самоконтролю

1. При якому напрямі переміщення вантажу (вверх чи донизу) робота його сили тяжіння буде від'ємною?
2. Сформулюйте теорему про роботу рівнодійної сили.
3. Чому дорівнює робота зрівноваженої системи сил?
4. Як зміниться сила, якщо при незмінній потужності збільшити швидкість у два рази?
5. Як визначається робота і потужність при обертальному русі?
6. Як зміниться обертовий момент, якщо при незмінній потужності зменшити кутову швидкість обертання вала втричі? Збільшити кутову швидкість вдвічі?
7. Що називається механічним коефіцієнтом корисної дії і як він визначається?

### 1.12. Загальні теореми динаміки

Поняття про імпульс сили, кількість руху і кінетичну енергію матеріальної точки, одиниці вимірювання. Теорема про зміну кількості руху матеріальної точки. Теорема про зміну кінетичної енергії матеріальної точки.

#### 📖 Прочитайте

Л-3, §§1.54–1.60; Л-5, §§16.1–16.3, 17.1–17.5; Л-9, §§88–100.

#### 📖 Інформація

Добуток маси матеріальної точки на вектор її швидкості ( $m\vec{v}$ ) називається *кількістю руху*. Добуток вектора сили на час її дії ( $\vec{F}t$ ) називається *імпульсом сили*. Зміна кількості руху матеріальної точки за деякий проміжок часу дорівнює імпульсу прикладеної до неї сили за

той же проміжок часу: 
$$m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \int_0^t \vec{F} dt.$$

Зміна кінетичної енергії матеріальної точки на деякому відрізку шляху дорівнює роботі сили, прикладеної до точки, на тому ж відрізку шляху:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = W.$$

Кінетична енергія  $\frac{mv^2}{2}$  і кількість руху  $m\bar{v}$  є механічними мірами руху.

### ◇ Питання для самоконтролю

1. Дайте визначення імпульсу сили, кількості руху.
2. Сформулюйте теорему про зміну кінетичної енергії матеріальної точки.
3. Сформулюйте теорему про зміну кількості руху матеріальної точки.
4. На вертикальних шнурах, торкаючись одна одної, висять сталеві кульки. Одну кульку відводять у бік і відпускають. Після удару почнуть рухатися всі кульки чи тільки частина кульок? Що відбуватиметься, якщо відвести вбік і відпустити одночасно три кульки?

### 1.13. Елементи динаміки системи

Система матеріальних точок. Внутрішні і зовнішні сили. Осьовий момент інерції твердого тіла. Основне рівняння динаміки для обертального руху твердого тіла. Момент інерції твердого тіла. Кінетична енергія твердого тіла при поступальному, обертальному та плоскопаралельному рухах.

### 📖 Прочитайте

Л-3, §§1.54–1.60; Л-5, §§16.1–16.3, 17.1–17.5; Л-9, §§ 88–100.

### 📖 Інформація

Сукупність матеріальних точок, які взаємодіють між собою, називається механічною системою матеріальних точок. Абсолютно тверде тіло можна також розглядати як систему матеріальних точок, відстані між якими не змінюються ні за яких умов, тобто як незмінну систему. Усі сили, що діють на точки даної системи, можна поділити на два види: внутрішні і зовнішні сили. **Внутрішніми силами** називаються сили, з якими точки чи тіла даної системи діють одне на

одне. **Зовнішні сили** – це сили, з якими на точки даної системи діють точки чи тіла, що не входять до складу даної системи.

**Зверніть увагу**

Всі формули динаміки точки застосовні до тіла, яке рухається поступально. Рівняння поступального руху твердого тіла нічим не відрізняється від основного рівняння динаміки точки:

$$\vec{F} = m\vec{a},$$

де  $m$  – маса тіла, яка є мірою інертності тіла при поступальному русі.

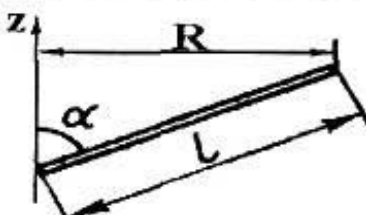
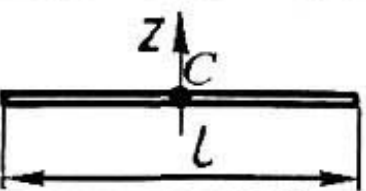
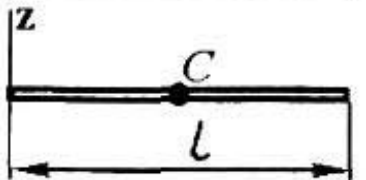
При обертальному русі твердого тіла мірою його інертності є момент інерції тіла відносно осі обертання. *Момент інерції* твердого тіла відносно осі обертання дорівнює сумі добутків мас матеріальних точок, які утворюють тіло, на квадрат їх відстаней до цієї осі:

$$J = \sum_{i=1}^n (m_i r_i^2).$$

Суттєва відмінність осевого моменту інерції тіла від його маси полягає в тому, що маса тіла є для нього величиною постійною, тоді як момент інерції тіла залежить не тільки від самої обертової маси, але й від розподілу цієї маси відносно осі обертання. Осеві моменти інерції маси однорідних тіл наведено в табл. 4.

Таблиця 4

**Осеві моменти інерції однорідних тіл**

Тіло	Рисунок	Момент інерції, кг·м <sup>2</sup>
Стержень		$J_z = \frac{mR^2}{3} = \frac{1}{3}ml^2 \sin^2 \alpha$
Стержень		$J_z = \frac{ml^2}{12}$
Стержень		$J_z = \frac{ml^2}{3}$

Пластина		$J_z = \frac{mb^2}{12}$ $J_z = \frac{mb^2}{3}$
Прямий круглий циліндр		$J_z = \frac{mr^2}{2}$
Круглий тонкий диск		
Тонке кругле кільце		$J_z = mr^2$
Пустотілий циліндр		$J_z = \frac{m}{2}(R^2 - r^2)$
Куля		$J_z = \frac{2}{5}mR^2$

### ⚡ Запам'ятайте

**Обертальний момент**  $M_{об}$ , прикладений до тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, дорівнює моменту інерції тіла  $J$  відносно цієї осі, помноженому на кутове прискорення тіла:  $M_{об} = J\epsilon$ . Це рівняння називається основним рівнянням динаміки для обертального руху твердого тіла відносно нерухомої осі. Воно дає можливість знайти залежність між обертальним моментом і законом обертання тіла, що важливо при розв'язанні багатьох інженерних задач. Кінетична енергія твердого тіла дорівнює сумі кінетичних

енергій матеріальних точок, які утворюють це тіло. Структури формул динаміки поступального й обертального рухів аналогічні (табл. 5).

Таблиця 5

**Формули динаміки поступального і обертального рухів**

	Вид руху	
	поступальний	обертальний
Основне рівняння руху	$F = ma$	$M_{об} = J\varepsilon$
Робота	$W = Fs\cos\alpha$	$W = M_{об}\varphi$
Потужність	$P = Fv\cos\alpha$	$P = M_{об}\omega$
Кінетична енергія	$\frac{mv^2}{2}$	$\frac{J\omega^2}{2}$
Теорема про зміну кінетичної енергії	$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$	$\frac{J\omega^2}{2} - \frac{m\omega_0^2}{2}$

◇ **Питання для самоконтролю**

1. Сформулюйте основний закон динаміки обертального руху твердого тіла.

2. Що таке момент інерції твердого тіла і від чого залежить його величина?

3. Момент інерції якого тіла більший: тонкого однорідного стержня вагою  $G$  відносно перпендикулярної до нього осі, яка проходить через його кінець, чи тонкого однорідного стержня вагою  $2G$  відносно осі, яка проходить через його середину?

4. З однакової висоти по похилій площині без проковзування одночасно почали котитись без початкової швидкості суцільний круглий диск і тонке кільце. Яке тіло скотиться швидше?

5. Як зміниться кінетична енергія автомобіля, який рухається прямолінійно, якщо його швидкість зросте вдвічі?

6. При переміщенні бруска на котках без проковзування його кінетична енергія зросла в чотири рази. У скільки разів збільшилась швидкість бруска?

## 2. МЕХАНІКА МАТЕРІАЛІВ І КОНСТРУКЦІЙ

Вивчення розділу "Механіка матеріалів і конструкцій" слід починати з повторення розділу "Статика". Для успішного засвоєння розділу необхідно:

- розуміти фізичний зміст основних понять;
- вільно володіти методом перерізів;
- свідомо застосовувати геометричні характеристики міцності та жорсткості поперечних перерізів;
- розв'язати достатню кількість задач.

Принципові схеми вивчення кожного з видів навантажень бруса однакові: від зовнішніх сил за допомогою методу перерізів до внутрішніх силових факторів, від них – до напружень, від розрахункових напружень – до умов міцності брусів.

### 2.1. Основні положення

Завдання й методи механіки матеріалів. Деформоване тіло. Пружність і пластичність. Попередні поняття про розрахунки на міцність, жорсткість, стійкість. Класифікація навантажень. Основні гіпотези та припущення. Метод перерізів. Основні види навантаження (деформації) бруса. Напруження повне, нормальне, дотичне.

#### Прочитайте

Л-2, §§2.1–2.5; Л-3, §§2.1–2.5; Л-5, §§18.1–18.4; Л-6, §§1.1–1.5; Л-8, §§28–31.

#### Інформація

*Механіка матеріалів і конструкцій* – це наука про інженерні методи розрахунків на міцність, жорсткість і стійкість елементів машин та споруд. У механіці матеріалів враховується, що елементи конструкцій під дією зовнішніх сил змінюють свою форму і розміри, тобто деформуються. Деформації, які зникають після припинення дії зовнішніх сил, називають *пружними*. Деформацію, яка не зникає після припинення дії зовнішніх сил, називають *залишковою* або *пластичною*.

**Міцність** – це здатність елемента конструкції опиратися зовнішнім навантаженням, не руйнуючись. Значні залишкові деформації здебільшого спричинюють порушення нормальної роботи конструкції і тому їх вважають порушенням міцності (як і руйнування). **Жорсткість** – це здатність елемента конструкції опиратися пружним деформаціям. **Стійкість** – це здатність конструкції зберігати початкову форму рівноваги.

### ☝ Зверніть увагу

Внутрішні сили, які виникають між частинками тіла під дією навантаження, є такими ж і для тіла в цілому. При застосуванні методу перерізів ці сили для частини тіла, що розглядається, є зовнішніми, вони замінюють дію відкинутої частини тіла на залишену. До залишеної частини тіла можна застосувати умови рівноваги для встановлення зв'язку між внутрішніми і зовнішніми силами. Система внутрішніх сил у поперечному перерізі в загальному випадку може бути приведена до шести *внутрішніх силових факторів*: трьох сил (за напрямками осей)  $N$ ,  $Q_x$ ,  $Q_y$  та трьох моментів  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  (рис. 32). Виникнення тих чи інших внутрішніх силових факторів залежить від фактичного навантаження бруса. Визначають внутрішні силові фактори за допомогою рівнянь статки. Для характеристики інтенсивності внутрішніх сил у певній точці перерізу служить *напруження*  $p$  – внутрішня сила, віднесена до одиниці площі. Складову напруження, напрямлену по нормалі (перпендикулярно) до площини перерізу називають *нормальним напруженням*  $\sigma$ , а складову, яка лежить у площині перерізу, – *дотичним напруженням*  $\tau$ .

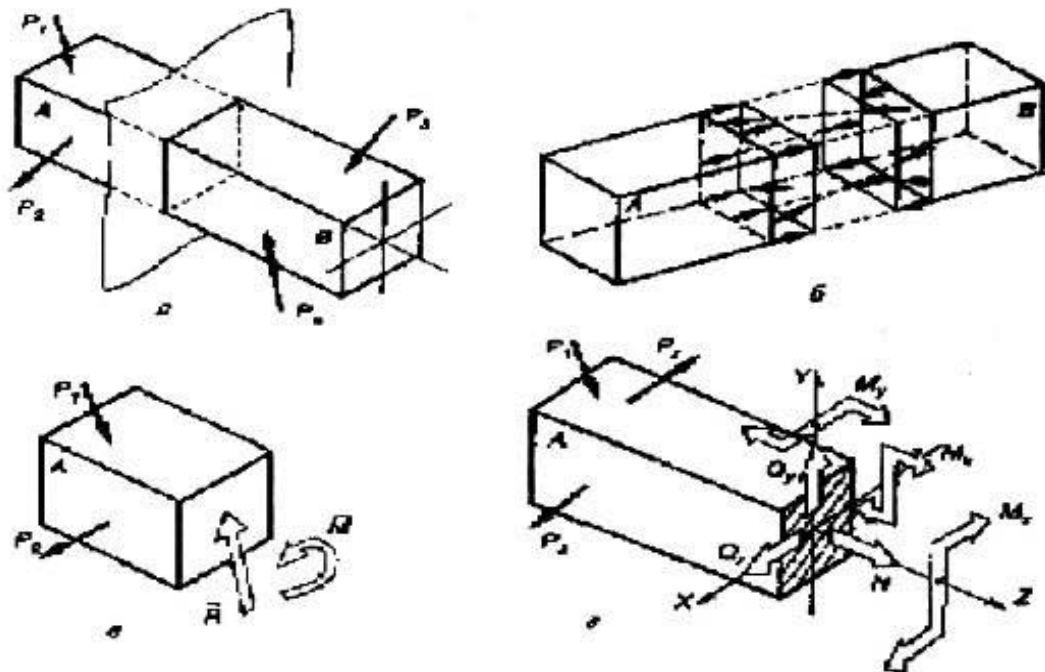


Рис.32

### Інформація

Розрізняють кілька видів навантажень (видів деформацій)

1. *Центральний розтяг, стиск* (рис. 33а,б): у перерізі виникає лише один внутрішній силовий фактор – поздовжня сила  $N$ .
2. *Зсув або зріз* (рис. 33 в): у перерізі виникає лише поперечна сила  $Q$ .
3. *Кручення* (рис. 33 г) : у перерізі виникає лише крутний момент  $M_z$ .
4. *Згин* (рис. 33д): у перерізі виникає лише згинаючий момент  $M_x$  чи  $M_y$  (чистий згин) або одночасно виникають згинаючий момент  $M_x$  ( $M_y$ ) і поперечна сила  $Q_y$  ( $Q_x$ ) (прямий поперечний згин).
5. *Складний вид навантаження* (позацентричний розтяг чи стиск, косий згин, згин із крученням): у перерізі виникає одночасно кілька внутрішніх силових факторів.

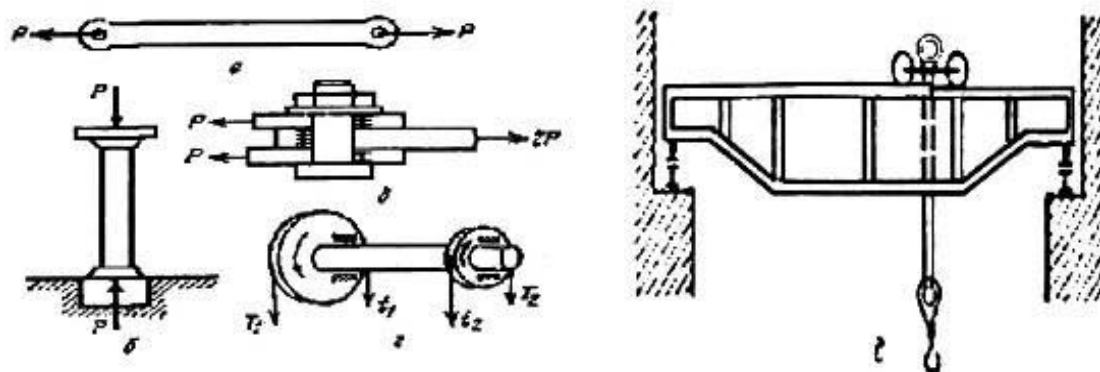


Рис. 33

## ◇ Питання для самоконтролю

1. Які деформації (пружні чи пластичні) недопустимі при нормальній роботі конструкції?
2. Які елементи конструкцій називають “брусом”, “оболонкою”, “пластиною”, “масивним тілом”?
3. Вказати, в якому з випадків порушення нормальної роботи відбулося через недостатню міцність, а в якому – через недостатню жорсткість деталі: а) нормальна робота зубчастого зачеплення коліс порушена через великий пружний прогин валів; б) при підніманні вантажу обірвався трос.
4. Чи можна за допомогою методу перерізів визначити закон розподілу внутрішніх сил по перерізу?
5. Визначити вид деформованого стану бруса, якщо в його поперечних перерізах виникає згинаючий момент  $M_x$  та поздовжня сила  $N$ .
6. З якими внутрішніми силовими факторами пов'язано виникнення в поперечному перерізі бруса нормальних напружень?

## 2.2. Розтяг і стиск

Поздовжні сили та їх епюри. Нормальні напруження в поперечних перерізах та їх епюри. Поздовжні та поперечні деформації при розтягу (стиску). Закон Гука. Модуль поздовжньої пружності, коефіцієнт поперечної деформації (коефіцієнт Пуассона). Жорсткість перерізів і жорсткість бруса при розтягу та стиску. Визначення осьових переміщень поперечних перерізів бруса. Експериментальне дослідження розтягу й стиску матеріалів. Діаграма розтягу маловуглецевої сталі та її характерні параметри. Коефіцієнт запасу міцності при статичному навантаженні по границі міцності текучості. Допустимі напруження. Розрахунки на міцність: перевірка міцності, визначення допустимого навантаження, визначення необхідних розмірів поперечного перерізу.

## 📖 Прочитайте

Л-2, §§ 2.6–2.11; Л-3, §§2.6–2.11; Л-5, §§19.1–19.9; Л-6, §§2.1–2.12; Л-8, §§32–36.

## 📌 Інформація

При розтягу (стиску) прямого бруса в його поперечних перерізах виникає тільки один внутрішній силовий фактор – поздовжня сила  $N$

(рис. 34 а), яка є рівнодіючою внутрішніх нормальних сил, що виникають у цьому перерізі.

### ☝ Зверніть увагу

При розтягу чи стиску нормальні напруження визначаються як відношення поздовжньої сили  $N$  до площі поперечного перерізу  $A$  і розподіляються по поперечному перерізу рівномірно (рис. 34 б):

$$\sigma = \frac{N}{A}.$$

Геометричною характеристикою міцності та жорсткості перерізу є його площа. Форма перерізу значення не має, усі точки перерізу рівнонебезпечні.

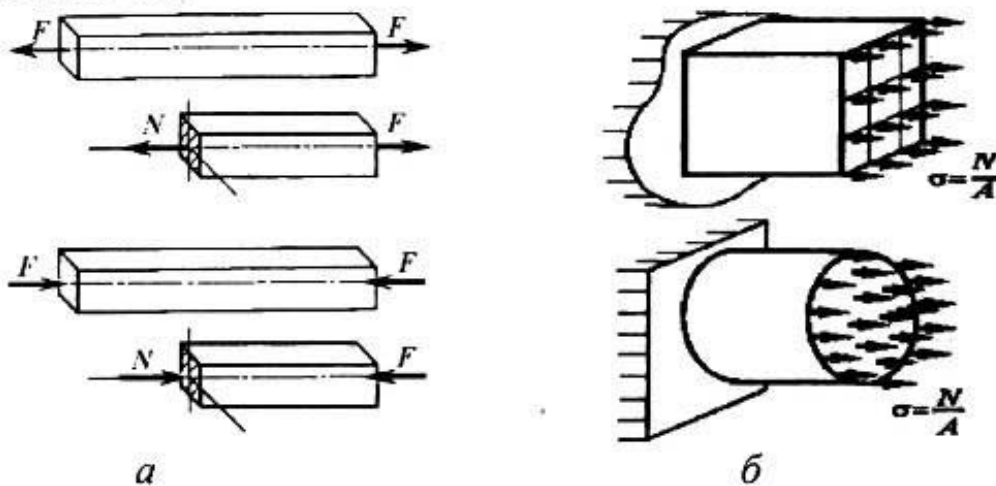


Рис. 34

### ☞ Запам'ятайте

Міцність стержня при осьовому розтягу і стиску забезпечена, якщо для кожного його поперечного перерізу найбільше розрахункове (робоче) напруження  $\sigma$  не перевищує допустимого  $[\sigma]$ :

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma].$$

Допустимі напруження – це максимальні значення напружень, при яких забезпечується надійна робота конструкції:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{гран}}{[n]},$$

де  $\sigma_{гран}$  – граничні напруження (напруження, при яких відбувається порушення роботи або руйнування деталей конструкції), для конструкцій з пластичних матеріалів граничним напруженням є межа текучості  $\sigma_T$ , а для крихких матеріалів – це межа міцності  $\sigma_M$ ;

$[n]$  – допустимий (мінімально необхідний) коефіцієнт запасу міцності. Для конструкцій з пластичних матеріалів допустимі напруження на розтяг і стиск однакові, тому для них  $\sigma$  – найбільше за абсолютною величиною напруження. Крихкі матеріали значно гірше працюють на розтяг, ніж на стиск:

$$[\sigma_c] \approx 3-5[\sigma_p],$$

де  $[\sigma_c]$  – допустиме напруження стиску;

$[\sigma_p]$  – допустиме напруження розтягу.

Умова міцності для крихкого матеріалу:

$$\sigma_c \leq [\sigma_c], \sigma_p \leq [\sigma_p],$$

де  $\sigma_c, \sigma_p$  – найбільші розрахункові напруження стиску і розтягу відповідно (табл. 6). Залежно від мети розрахунку можна виконати три види розрахунків на міцність: перевірка міцності (перевірний розрахунок) – при заданій поздовжній силі  $N$  і площі поперечного перерізу  $A$  визначають робоче (розрахункове) напруження і порівнюють його з допустимим  $\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$ ; підбір поперечного перерізу (проектний розрахунок) – при відомих поздовжній силі  $N$  і допустимому напруженні  $[\sigma]$  визначають необхідні розміри перерізу  $A \geq \frac{N}{[\sigma]}$ ; визначення допустимого навантаження  $[N] \leq [\sigma]A$ .

Таблиця 6

Матеріал	Характер діаграми Розтягу (стиску)	Граничне напруження	Коефіцієнт запасу міцності і допустиме напруження	Умова міцності
Пластичний		$\sigma_{гр} = \sigma_y$ ( $\sigma_{гр} = \sigma_{yc}$ )	$n = \frac{\sigma_y}{\sigma}$ $[\sigma_p] = [\sigma_c] = [\sigma]$ $[\sigma] = \frac{\sigma_y}{[n]}$	$\sigma \leq [\sigma]$
Пластичний		$\sigma_{гр} = \sigma_{0,2}$ ( $\sigma_{0,2p} = \sigma_{0,2c}$ )	$n = \frac{\sigma_{0,2}}{\sigma}$ $[\sigma_p] = [\sigma_c] = [\sigma]$ $[\sigma] = \frac{\sigma_{0,2}}{[n]}$	$\sigma \leq [\sigma]$

Крихкий		$\sigma_{пнр}$ $\sigma_{пнс}$ $(\sigma_{пнс} > \sigma_{пнр})$	$n = \frac{\sigma_{пнр}}{\sigma}$ $n = \frac{\sigma_{пнс}}{\sigma}$ $[\sigma_p] = \frac{\sigma_{пнр}}{[n]}$ $[\sigma_c] = \frac{\sigma_{пнс}}{[n]}$	$\sigma_p \leq [\sigma_p]$ $\sigma_c \leq [\sigma_c]$
---------	--	---	--	--

◆ Питання для самоконтролю

1. Чим відрізняються внутрішні силові фактори, які виникають при розтягу та стиску?

2. Як обчислити значення поздовжньої сили в поперечному перерізі стержня?

3. Як розподіляється напруження по поперечному перерізу стержня при розтягу чи стиску?

4. Чи залежить напруження, яке виникає при розтягу (стиску), від матеріалу бруса; від форми поперечного перерізу?

5. Як зміниться видовження стержня, якщо при інших рівних умовах: збільшити довжину бруса в два рази; збільшити діаметр бруса в два рази?

6. Чим відрізняється розрахунок на міцність конструкцій з пластичних і крихких матеріалів?

7. На рисунку 35а...д показано виготовлені з однакового матеріалу бруси різної форми, але з однаковою площею поперечного перерізу. Який брус виявиться міцнішим при розтягу (стиску)?

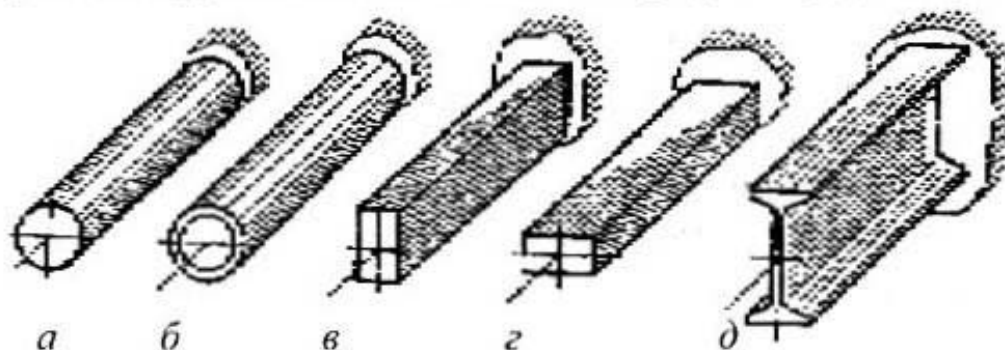


Рис. 35

8. Як зміниться маса конструкції, якщо при визначенні розмірів її перерізів зменшити нормативний коефіцієнт запасу міцності?

### 2.3. Практичні розрахунки на зріз і зминання

Чистий зсув. Закон Гука для зсуву. Модуль зсуву. Залежність між трьома пружними сталими для ізотропного тіла (без виведення). Зріз. Основні припущення та розрахункові формули. Зминання, умовності розрахунку, розрахункові формули.

#### 📖 Прочитайте

Л-2, §§ 2.12–2.13; Л-3, §§ 2.12–2.13; Л-5, §§ 20.1–20.3; Л-6, §§ 4.1–4.2; Л-8, §§ 37–38.

#### 📖 Інформація

**Чистим зсувом** називають такий плоский напружений стан, при якому в межах даної точки можна виділити елемент таким чином, щоб на чотирьох його гранях виникали тільки рівні між собою дотичні напруження.

Деталі, які служать для з'єднання окремих елементів машин чи будівельних конструкцій (штифти (рис. 36 а), заклепки (рис. 36 б), болти (рис. 36 в), шпонки (рис. 36 г) тощо), у багатьох випадках сприймають навантаження, перпендикулярні до їх поздовжньої осі. Руйнування з'єднуючих деталей (у випадку недостатньої міцності) відбувається в результаті їх перерізання по площині, яка співпадає з поверхнею дотикання з'єднаних деталей (рис. 36 д). Умова міцності на зріз:

$$\tau_{zp} = \frac{Q}{A_{zp}} = [\tau_{zp}],$$

де  $\tau_{zp}$  – розрахункове напруження зрізу;  
 $Q$  – поперечна сила; при кількох однакових з'єднуючих деталях

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

де  $F$  – загальне навантаження з'єднання,  
 $i$  – кількість з'єднуючих деталей – болтів, заклепок тощо);  
 $A_{zp}$  – площа зрізу однієї деталі (болта, заклепки тощо);  
 $[\tau_{zp}]$  – допустиме напруження зрізу, яке залежить від матеріалу з'єднуючих елементів і умов роботи конструкції.

У машинобудуванні при розрахунках штифтів, болтів, шпонок тощо приймають

$$[\tau_{zp}] = (0,25-0,35) \sigma_T = (0,6-0,8)[\sigma_p],$$

де  $\sigma_T$  і  $[\sigma_p]$  – границя текучості та допустиме напруження розтягу відповідно до матеріалу штифта, болта тощо. Розрахунок на зріз забезпечує міцність з'єднуючих деталей, але не гарантує

надійності конструкції (вузла) в цілому. Для запобігання значним деформаціям стінок отворів у з'єднаних деталях (рис. 36 д) виконують розрахунок на зминання:

$$\sigma_{зм} = \frac{F}{iA_{зм}} \leq [\sigma_{зм}].$$

де  $\frac{F}{i}$  – навантаження на одну з'єднуючу деталь;

$A_{зм}$  – розрахункова площа зминання;

$[\sigma_{зм}]$  – допустиме напруження зминання,  $[\sigma_{зм}] = 1,7-2,2[\sigma_p]$ .

У машинобудуванні для болтових, штифтових і шпонкових з'єднань приймають: для деталей з маловуглецевої сталі  $[\sigma_{зм}] = 100-120$  МПа, для деталей з середньовуглецевої сталі  $[\sigma_{зм}] = 140-170$  мПа, для деталей з чавунного лиття  $[\sigma_{зм}] = 60-80$  мПа.

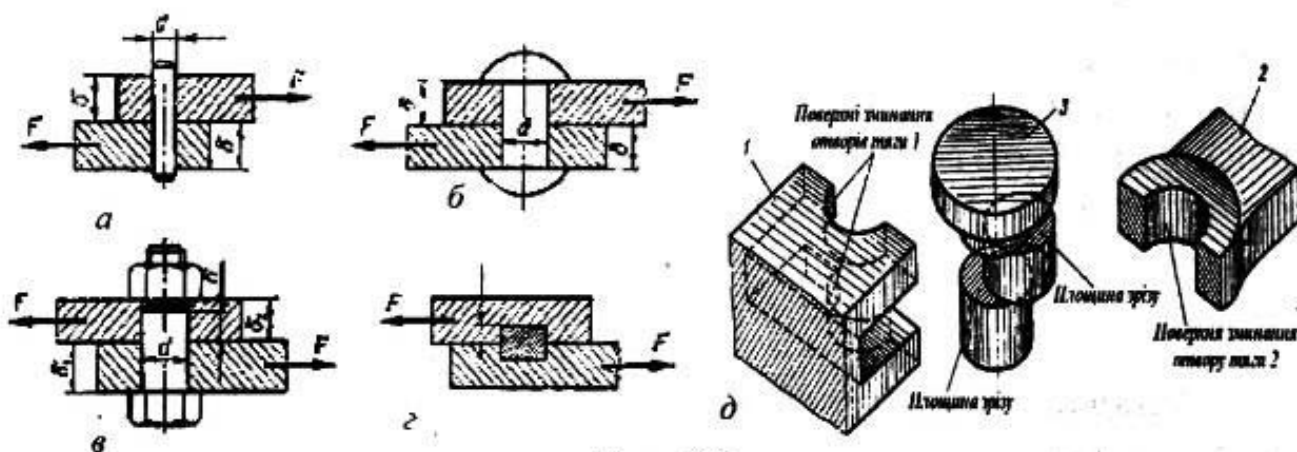


Рис. 36

### Питання для самоконтролю

1. Виявилось, що в деталях з однакового матеріалу (сталь Ст3) напруження зрізу  $\tau_{зр}$  і напруження зминання  $\sigma_{зм}$  чисельно рівні. Які з цих напружень більш небезпечні?

2. Яку механічну характеристику матеріалу листа необхідно знати, щоб визначити силу, потрібну для продавлювання отворів?

3. Діаметр заклепки збільшився вдвоє. Як зміниться розрахункове напруження зрізу; розрахункове напруження зминання?

4. Як визначається площа зминання якщо поверхня циліндрична?

### 2.4. Геометричні характеристики плоских перерізів

Осьові, відцентровий та полярний моменти інерції перерізу. Зв'язок між осьовими та полярним моментами інерції перерізу.

Моменти інерції перерізів відносно паралельних осей. Головні осі та головні центральні моменти інерції. Моменти інерції простих перерізів: прямокутника, круга, кільця.

### 📖 Прочитайте

Л-3, §§ 2.19–2.21; Л-4, § 12; Л-5, §§ 21.1–21.5; Л-6, §§ 6.1–6.6; Л-8, §§ 25–27.

### 📖 Інформація

Площа поперечного перерізу бруса є геометричною характеристикою його міцності і жорсткості лише при рівномірному розподілі напружень по поперечному перерізу (при розрахунках на розтяг, стиск, зріз). При нерівномірному розподілі напружень (при крученні чи згині) міцність і жорсткість бруса залежить не тільки від площі поперечного перерізу, а й від його форми та інших геометричних параметрів. У цьому випадку використовують такі геометричні характеристики поперечних перерізів, як осьові і полярні моменти інерції, осьові і полярні моменти опору. **Осьовим моментом інерції** плоского перерізу відносно даної осі називається взята по всій площі перерізу сума добутків площ елементарних площадок на квадрати їх відстаней від цієї осі:

$$J_x = \int_A y^2 dA, \quad J_y = \int_A x^2 dA.$$

**Полярний момент інерції** плоского перерізу дорівнює взятій по всій площі перерізу сумі добутків площ елементарних площадок на квадрати їх відстаней до початку координат:

$$J_p = \int_A \rho^2 dA.$$

Сума осьових моментів інерції перерізу відносно двох взаємно перпендикулярних осей дорівнює полярному моменту інерції відносно початку координат:

$$J_p = J_x + J_y \text{ (рис. 37 а).}$$

Моменти інерції відносно паралельних осей (рис. 37 б), одні з яких – центральні (осі  $x_Cy_C$ ), визначаються за виразом:

$$J_{x_1} = J_x + a^2 A; \quad J_{y_1} = J_y + e^2 A.$$

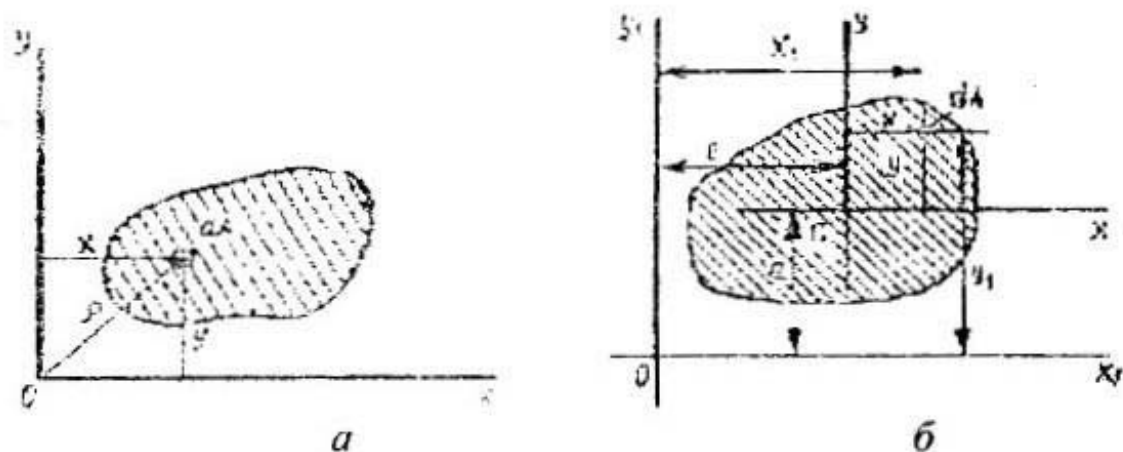


Рис. 37

**Зверніть увагу**

Моменти інерції складних перерізів можна обчислити як суму моментів інерції простих перерізів, на які розбивають складний переріз. Моменти інерції і опору найбільш розповсюджених простих перерізів наведено в табл. 7.

Таблиця 7

**Геометричні характеристики простих перерізів**

Форма перерізу	Момент інерції	Момент опору
	$J_x = \frac{bh^3}{12}; \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0$ $J_{x1} = \frac{bh^3}{3}; J_{y1} = \frac{b^3h}{3}$	$W_x = \frac{bh^2}{6}; W_y = \frac{b^2h}{6}$
	$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64} \approx 0,05d^4$ $J_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4$	$W_x = W_y = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3$ $W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3$
	$J_x = J_y = \frac{\pi D^4}{64} (1 - c^4)$ $J_x = J_y \approx 0,05D^4 (1 - c^4)$ $J_p = \frac{\pi D^4}{32} (1 - c^4) \quad c = \frac{d}{D}$ $J_p \approx 0,1D^4 (1 - c^4)$	$W_x = W_y = \frac{\pi D^3}{32} (1 - c^4)$ $W_x = W_y \approx 0,1D^3 (1 - c^4)$ $W_p = \frac{\pi D^3}{16} (1 - c^4) \quad c = \frac{d}{D}$ $W_p \approx 0,2D^3 (1 - c^4)$

### ◇ Питання для самоконтролю

1. Яку розмірність мають моменти інерції перерізів?
2. Чи може бути осьовий момент інерції від'ємною величиною?
3. Чому дорівнює сума осьових моментів інерції перерізу відносно двох взаємно перпендикулярних осей?
4. У скільки разів збільшиться полярний момент інерції круга, якщо його діаметр збільшити в два рази?
5. Відносно якої з осей осьовий момент інерції більший: відносно центральної чи відносно паралельної їй нецентральної осі?
6. Чому при визначенні моментів інерції складний переріз розбивають на прості частини?
7. Який з двох осьових моментів інерції прямокутника більший: відносно осі, яка співпадає з однією зі сторін прямокутника, чи відносно центральної осі, паралельної цій стороні?

### 2.5. Кручення

Крутний момент. Побудова епюр крутних моментів. Кручення прямого бруса круглого поперечного перерізу. Напруження в поперечному перерізі бруса. Кут закручування. Полярні моменти опору для круга і кільця. Розрахунки на міцність та жорсткість при крученні. Розрахунок циліндричних гвинтових пружин розтягу і стиску з малим кроком витка.

### 📖 Прочитайте

Л-3, §§ 2.12–2.18; Л-5, §§ 22.1–22.6; Л-6, §§ 5.1–5.5; Л-8, §§ 39–42.

### 📖 Інформація

**Крученням** називається такий вид деформації, при якому в поперечному перерізі бруса виникає тільки крутний момент  $M_z$  (рис. 38 а). При крученні напруження розподіляються по поперечному перерізу нерівномірно (в лінійній залежності вздовж радіуса перерізу). *Найбільшого значення дотичні напруження досягають у точках контуру поперечного перерізу* (рис. 38 б). Тому при крученні небезпечними є всі точки контуру перерізу. Геометричними характеристиками міцності та жорсткості перерізу є відповідно полярний момент опору  $W_p$  та полярний момент інерції  $J_p$ , значення яких залежать не так від площі, як від форми перерізу. Раціональними перерізами при крученні є кільцеві перерізи, які в порівнянні з суцільними круговими перерізами менші за площею, а відповідно і за масою, при рівнозначних моментах опорів та моментах інерції.

### → Запам'ятайте

У поперечних перерізах при крученні виникають тільки дотичні напруження. Дотичне напруження в довільній точці поперечного перерізу напрямлене перпендикулярно радіуса  $\rho$ , проведеному з центра перерізу в дану точку, і обчислюється за формулою:

$$\tau = \frac{M_z}{J_p} \rho \quad (\text{рис. 38 б}).$$

Максимальні напруження при крученні:

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_p} \quad (\text{рис. 38 б}).$$

Умова міцності має вигляд:

$$\tau_{max} = \frac{M_{z\ max}}{W_p} \leq [\tau].$$

Допустиме напруження при крученні  $[\tau]$ : для крихких матеріалів –  $[\tau] = (1,0-1,2)[\sigma_p]$ , для пластичних матеріалів –  $[\tau] = (0,5-0,6)[\sigma_p]$ . Кут закручування бруса (ділянки бруса), який має постійний поперечний переріз, при умові, що крутний момент у всіх перерізах однаковий, визначається за формулою:

$$\varphi = \frac{M_z l}{GJ_p}, \text{ рад.}$$

Умова жорсткості:

$$\varphi_0 = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{M_z}{GJ_p} \leq [\varphi_0], \text{ град/м} \quad \text{або} \quad \varphi_0 = \frac{M_z}{GJ_p} \leq [\varphi_0], \text{ рад/м.}$$

Найбільш розповсюджені значення допустимих кутів закручування  $[\varphi_0] = (4,38-17,5) \cdot 10^{-3}$ , рад/м, або  $[\varphi_0] = (0,25-1)$ , град/м.

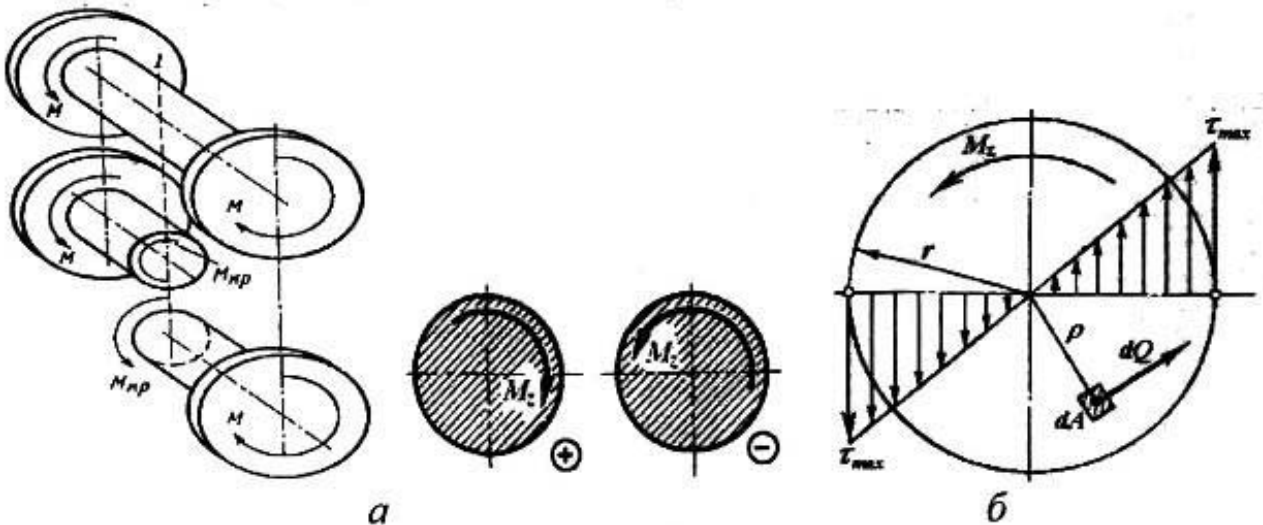


Рис. 38

## ☞ Інформація

Гвинтові пружини широко застосовують у різних галузях машинобудування та приладобудування як амортизуючі пристрої, для повернення рухомих деталей в початкове положення, силовимірювання, як елементи реєструючих і записуючих приладів. У поперечних перерізах витка пружини розтягу (стиску) виникає поперечна сила  $Q$ , та крутний момент  $M_z$  (рис. 39 а). Найбільша величина дотичних напружень у перерізі дорівнює сумі найбільших дотичних напружень кручення  $\tau_{k \max}$  та напружень зрізу  $\tau_{зр}$ :

$$\tau_{\max} = \tau_{k \max} + \tau_{зр} \text{ (рис. 39 б).}$$

Умова міцності пружини, виготовленої з прутка круглого перерізу, обчислюється за формулою:

$$\tau_{\max} = \kappa \frac{8FD}{\pi d^3} \leq [\tau],$$

де  $\kappa$  – поправочний коефіцієнт, який залежить від індексу пружини і кута підйому її витків;

$D$  – середній діаметр пружини;

$d$  – діаметр прутка пружини.

Індекс пружини  $c_{II}$  – відношення її середнього діаметра  $D$  до діаметра прутка  $d$ ; зазвичай  $c_{II} = 5-12$ . Пружини виготовляють з високоякісної сталі, тому допустимі напруження мають високі значення:  $[\tau] = 200-1000$  мПа. Зміна висоти пружини під навантаженням (осадка пружини) обчислюється за формулою:

$$\lambda = \frac{8FD^3 n}{Gd^4},$$

де  $n$  – число витків.

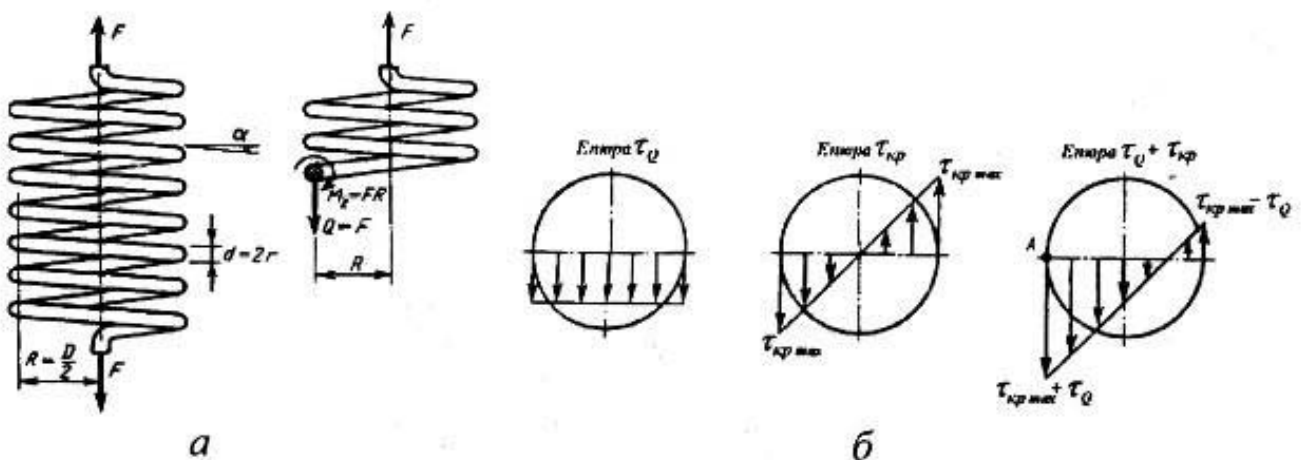


Рис. 39

### ❖ Питання для самоконтролю

1. Як розподіляються напруження по поперечному перерізу при крученні?
2. Яка геометрична характеристика перерізу при крученні характеризує його міцність; жорсткість?
3. Чи залежить напруження, яке виникає при крученні від матеріалу бруса та від форми поперечного перерізу?
4. Чи залежить кут закручування перерізу від матеріалу бруса та від форми поперечного перерізу?
5. Як зміниться кут закручування бруса, якщо при інших рівних умовах збільшити довжину бруса в два рази; збільшити діаметр бруса в два рази?
6. Які точки поперечного перерізу є найбільш небезпечними при крученні бруса круглого поперечного перерізу?
7. Чим пояснюється, що брус кільцевого перерізу при крученні більш економічний, ніж брус круглого перерізу?
8. Як обчислюється напруження в циліндричній гвинтовій пружині?
9. Як визначаються деформації циліндричної гвинтової пружини?

### 2.6. Згин прямого бруса

Основні поняття та визначення. Класифікація видів згину. Внутрішні силові фактори при прямому згині. Побудова епюр поперечних сил та згинаючих моментів. Нормальні напруження в поперечних перерізах при згині. Осьові моменти опору. Розрахунки на міцність при згині. Раціональні форми поперечних перерізів балок при згині. Поняття про дотичні напруження при прямому поперечному згині. Лінійні та кутові переміщення при прямому згині. Розрахунки на жорсткість при згині.

#### 📖 Прочитайте

Л-3, §§ 2.22–2.31; Л-5, §§ 23.1–23.9; Л-6, §§ 7.1–7.14; Л-8, §§ 43–49.

#### 📖 Інформація

*Згин* – це такий вид деформації бруса, при якому в його поперечних перерізах виникають згинаючі моменти. Якщо в поперечних перерізах бруса виникають тільки згинаючі моменти – це випадок *чистого згину*, якщо ж виникають згинаючі моменти і поперечні сили – це так званий *поперечний згин*. *Поперечна сила*  $Q$ , в

довільному поперечному перерізі бруса чисельно дорівнює алгебраїчній сумі зовнішніх сил, прикладених до його відрізаної частини. *Згинаючий момент*  $M_x$  у довільному поперечному перерізі бруса чисельно дорівнює алгебраїчній сумі моментів зовнішніх сил, прикладених до відрізаної частини, відносно тієї точки поздовжньої осі бруса, через яку проходить розглядуваний переріз.

### → Запам'ятайте

При прямому поперечному згині в поперечних перерізах бруса виникають нормальні  $\sigma$  і дотичні  $\tau$  напруження:

$$\sigma = \frac{M_x y}{J_x}; \quad \tau = \frac{Q S_x}{J_x b}$$

Зі збільшенням координати  $y$  рис. 40 нормальні напруження збільшуються і в найбільш віддалених від нейтральної осі точках досягають найбільшого значення:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x y_{\max}}{J_x}$$

Для розрахунків  $\sigma_{\max}$  використовується спеціальна геометрична характеристика – осьовий момент опору перерізу при згині:

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}$$

При цьому  $\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x}$ .

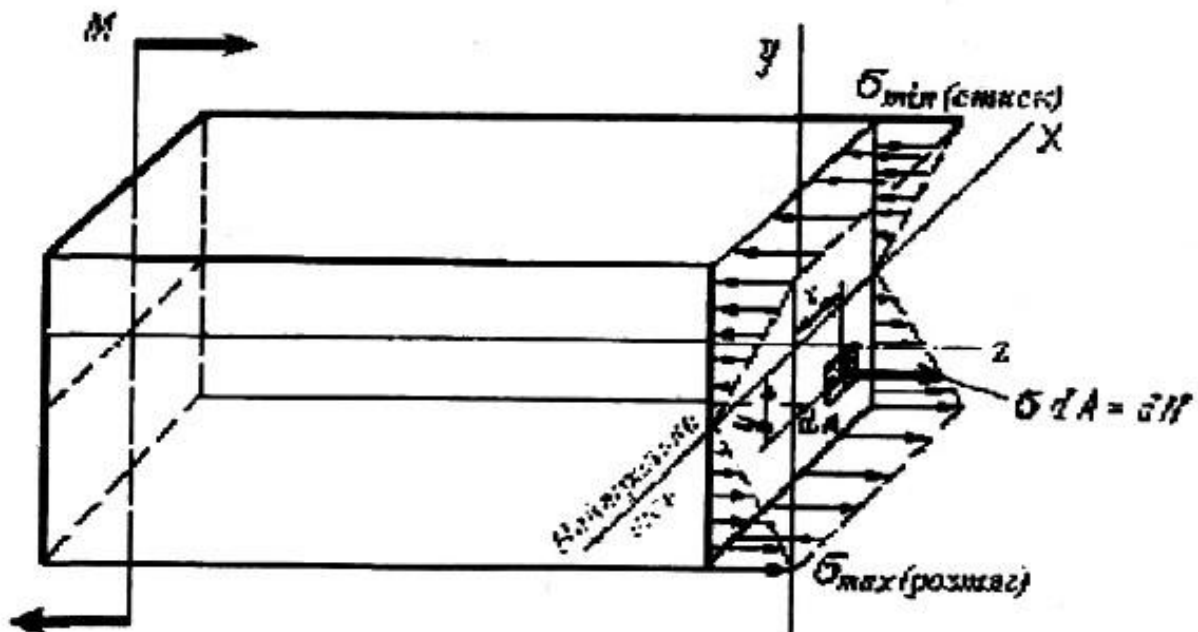


Рис. 40

Для балок з пластичних матеріалів, які однаково працюють на розтяг і стиск, доцільно застосовувати перерізи, симетричні відносно

нейтральної лінії (рис. 41). З цих перерізів найбільш раціональними є двотавровий, коробчастий, кільцевий. Умова міцності балок на згин з симетричними перерізами відносно нейтральної осі:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{xmax}}{W_x} \leq [\sigma]$$

Для балок із крихких матеріалів, які неоднаково опираються розтягу і стиску, раціональними є перерізи, несиметричні відносно нейтральної лінії: тавр, несиметричний двотавр, П-подібний переріз, причому більша частина матеріалу повинна розміщуватись у розтягнутій зоні балки (рис. 42). Якщо брус виготовлений з крихкого матеріалу, то в небезпечних перерізах найбільші нормальні напруження визначають і в розтягнутих  $\sigma_{max p}$ , і в стиснених  $\sigma_{max c}$  зонах поперечного перерізу і шляхом порівняння їх з відповідними допустимими напруженнями при розтягу і стиску

$$\sigma_{max p} = \frac{M_{xmax} \cdot y}{J_x} \leq [\sigma_p], \quad \sigma_{max c} = \frac{M_{xmax} \cdot y}{J_x} \leq [\sigma_c]$$

вирішується питання про міцність бруса.

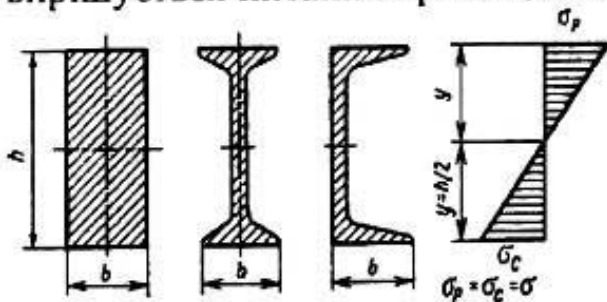


Рис.41

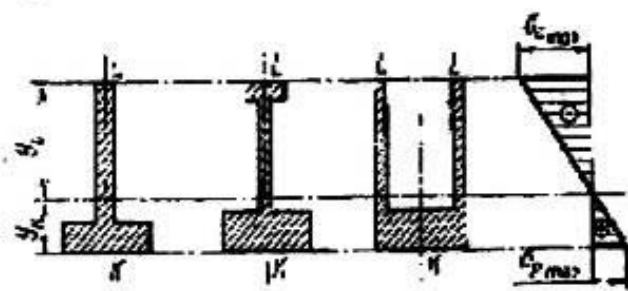


Рис. 42

### ❖ Питання для самоконтролю

1. Якими лініями окреслюється епюра поперечних сил та згинаючих моментів на ділянці дії рівномірно розподіленого навантаження?
2. Як змінюється згинаючий момент у перерізі, якщо до балки прикладено зосереджений зовнішній момент?
3. Який вигляд має епюра згинаючих моментів на ділянці балки, у всіх перерізах якого поперечна сила дорівнює нулю?
4. Як розподіляються нормальні напруження по поперечному перерізу балки при згині?
5. Яка геометрична перерізу характеризує його міцність при згині?
6. Чи залежать нормальні напруження при згині від матеріалу балки; від форми поперечного перерізу?

7. Які точки поперечного перерізу балки є найнебезпечнішими при згині?

8. Як зміниться міцність балки, якщо при інших рівних умовах: збільшити діаметр балки в два рази; збільшити в два рази довжину консольної балки, навантаженої силою на кінці консолі?

9. На рис. 35 показано виготовлені з однакового матеріалу балки різної форми, але з однаковою площею поперечного перерізу. Яка балка виявиться міцнішою при згині в вертикальній площині?

10. Які форми поперечних перерізів є раціональними для балок з пластичних матеріалів?

11. Які поперечні перерізи є раціональними для балок з крихких матеріалів? Як необхідно розміщувати ці перерізи?

## 2.7. Теорії міцності

Складне навантаження бруса. Еквівалентні напружені стани та еквівалентні напруження. Теорії міцності. Розрахунок бруса круглого поперечного перерізу на згин з крученням.

### 📖 Прочитайте

Л-2, §§ 2.34–2.36; Л-3, §§ 2.34–2.36; Л-5, §§ 24.1–24.4; Л-6, §§ 9.1–9.6; Л-8, §§ 50–52.

### 📖 Інформація

Напружений стан у точці визначений, якщо відомі напруження на довільних трьох взаємно перпендикулярних площадках, які проходять через цю точку. Площинки, на яких дотичні напруження дорівнюють нулю, називають головними, а нормальні напруження, що виникають на них, – *головними напруженнями*. Напружені стани при поєднанні основних деформацій і при одноосному розтягу *рівнонебезпечні* або *еквівалентні*, якщо їх головні напруження відрізняються від граничного для даного матеріалу в однакову кількість разів, тобто *коефіцієнти запасу міцності для еквівалентних напружених станів однакові*. Теорії, які вказують ознаки рівнонебезпечності (критерії еквівалентності) різних напружених станів, називають теоріями міцності (рис. 43). Еквівалентні напруження обчислюють за відомими головними напруженнями заданого напруженого стану:

- гіпотезою найбільших дотичних напружень –  $\sigma_{ekvIII} = \sigma_1 - \sigma_3$ ;
- гіпотезою Мора –  $\sigma_{ekvIV} = \sigma_1 - \sigma_3 \frac{[\sigma_p]}{[\sigma_c]}$ ;

- гіпотезою потенціальної енергії формозміни –

$$\sigma_{еквI} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]}$$

Для пластичних матеріалів розрахунок виконують за гіпотезою найбільших дотичних напружень або потенціальної енергії формозміни. Для крихких і крихкопластичних матеріалів застосовують гіпотезу Мора.

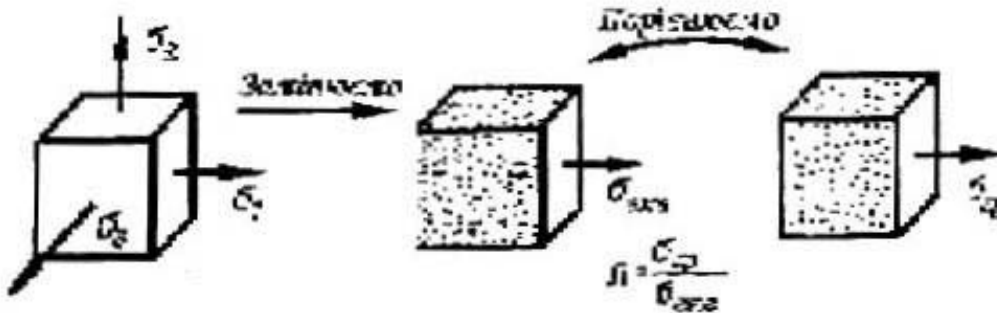


Рис. 43

### → Запам'ятайте

Умова міцності при поєднанні основних деформацій:  $\sigma_{екв} \leq [\sigma]$ .  
У випадку спрощеного напруженого стану еквівалентні напруження визначають за формулами:

$$\sigma_{еквIII} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}, \quad \sigma_{еквI} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}.$$

При розрахунку бруса круглого поперечного перерізу на згин з крученням умова міцності може бути записана у вигляді:

$$\sigma_{екв} = \frac{M_{екв}}{W_x} \leq [\sigma],$$

де  $M_{екв}$  – еквівалентний момент.

За гіпотезою найбільших дотичних напружень  $M_{еквIII} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$ , за гіпотезою потенціальної енергії формозміни  $M_{еквI} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 0,75M_z^2}$ .

### ◇ Питання для самоконтролю

1. Дати визначення еквівалентного напруження.
2. Навести приклади деталей, які працюють на згин з крученням.
3. Чому у випадку одночасної дії згину та кручення оцінку міцності проводять, застосовуючи гіпотези міцності?
4. Як визначається еквівалентний момент за гіпотезою потенціальної енергії формозміни при одночасній дії згину і кручення?

5. Які напруження виникають у поперечному перерізі бруса при згині з крученням?

6. Як знаходять небезпечні перерізи бруса круглого перерізу при згині з крученням?

7. Як зміниться міцність вала, який витримує кручення і згин, якщо його діаметр збільшити в два рази?

## 2.8. Стійкість стиснених стержнів

Критична сила. Формула Ейлера для різних випадків закріплення опор. Критичне напруження. Гнучкість. Границя застосованості формули Ейлера; гранична гнучкість. Емпіричні формули для визначення критичних напружень. Залежність критичних напружень від гнучкості стержня. Розрахунки на стійкість за формулою Ейлера. Рациональні форми поперечних перерізів стиснених стержнів.

### 📖 Прочитайте

Л-3, §§ 2.43–2.45; Л-5, §§ 26.1–26.3; Л-6, §§ 12.1–12.4; Л-8, §§ 53–54.

### 📖 Інформація

Прямолинійна форма рівноваги центрально-стисненого стержня стійка до того часу, поки стискаюча сила  $F$  не досягне критичного значення  $F_{кр}$ . При перевищенні силою цього значення прямолинійна форма рівноваги стержня стає нестійкою, стержень вигинається, деформація стиску переходить у деформацію поздовжнього згину (рис. 44 а). При цьому втрата стійкості може відбуватись при напруженнях, значно менших від тих, які допустимі з точки зору міцності конструкції (рис. 44 б).

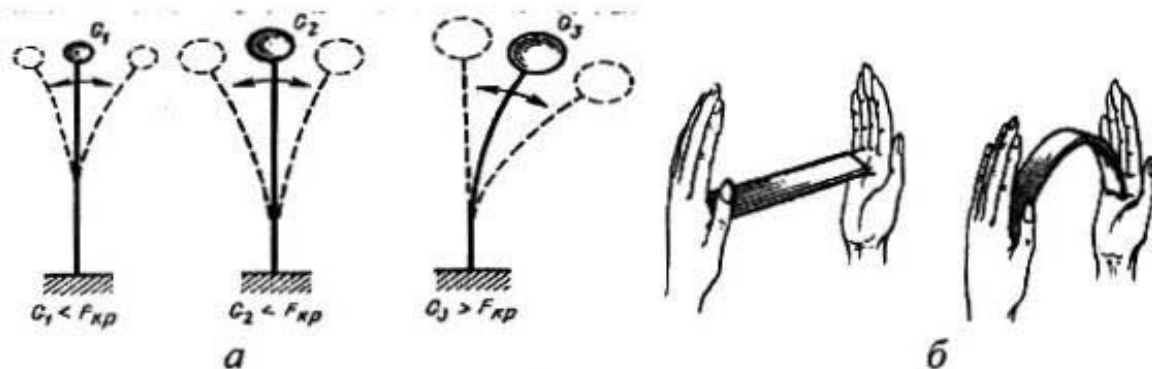


Рис. 44

☛ **Запам'ятайте**

Умова стійкості  $n_{см} = \frac{F_{кр}}{F} \geq [n_{см}]$ . Критична сила в межах застосування закону Гука визначається за формулою Ейлера

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{(\mu l)^2},$$

відповідне критичне напруження  $\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2},$

де  $E$  – модуль поздовжньої пружності матеріалу стержня,

$l$  – довжина стержня,

$J_{min}$  – найменший осьовий момент інерції перерізу,

$\mu$  – коефіцієнт приведення довжини (рис. 45 а),

$\lambda$  – гнучкість стержня. У випадку незастосовності формули

Ейлера ( $\lambda < \lambda_{кр}$ , де  $\lambda_{кр} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{пц}}}$ )

критичне напруження може бути обчислене за емпіричною формулою Ясинського  $\sigma_{кр} = a - b\lambda$  ( $a$  і  $b$  – емпіричні коефіцієнти, МПа), критична

сила –  $F_{кр} = \frac{\sigma_{кр}}{A}$  (рис. 45 б).

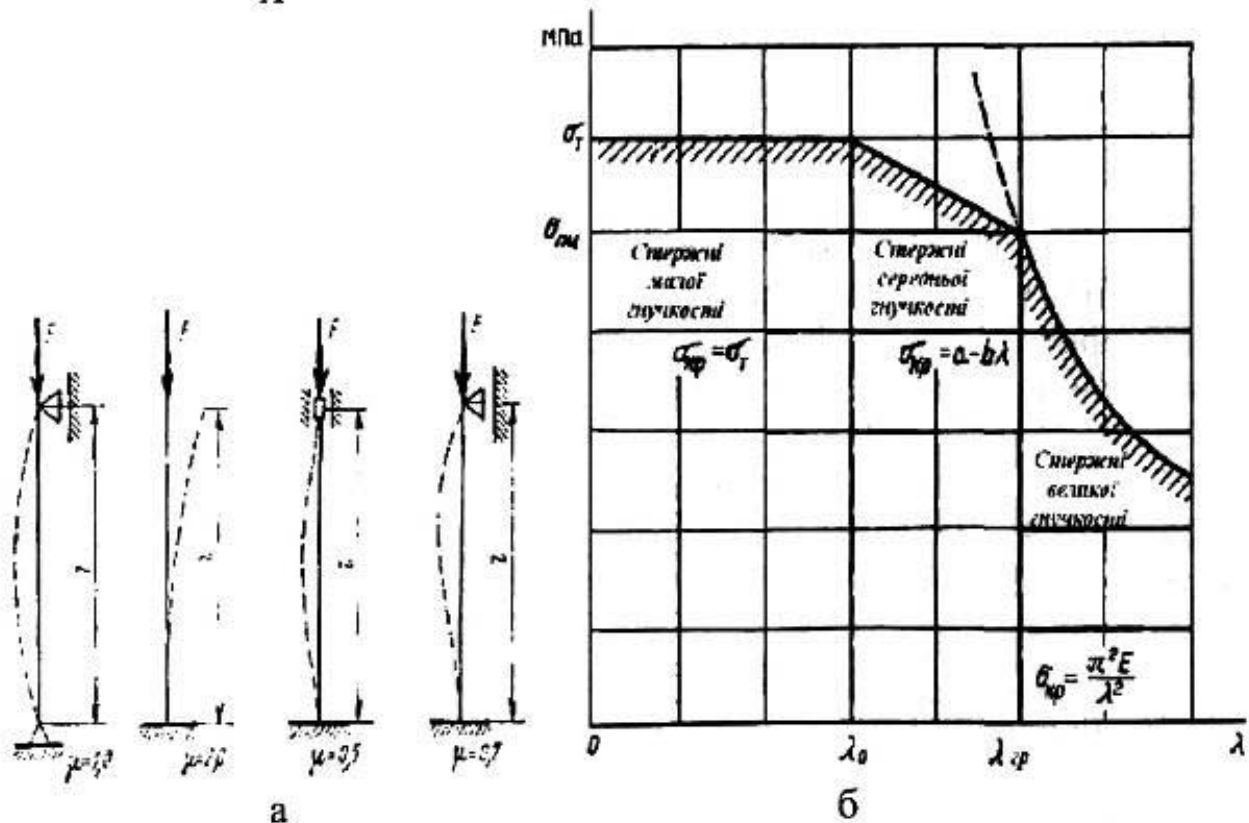


Рис. 45

### ❖ Питання для самоконтролю

1. Чи залежить величина критичної сили від пружних властивостей матеріалу стержня?
2. Чи впливає форма поперечного перерізу стисненого стержня на величину критичної сили?
3. Як впливає спосіб закріплення кінців стержня на величину критичної сили?
4. Як зміниться величина критичної сили, якщо довжину стержня збільшити в два рази?
5. Як зміниться величина критичної сили, якщо шарнірні опори кінців стержня замінити опорами з жорстким закріпленням?
6. Два шарнірно закріплені на кінцях стержні стиснені силами  $F$ . Поперечний переріз одного з них круглий, а іншого – квадратний. Для якого з стержнів критична сила буде більшою, якщо модуль пружності, довжина і площа поперечного перерізу обох стержнів однакові?
7. Що таке гнучкість стержня; гранична гнучкість?
8. Чи залежить гранична гнучкість від геометричних розмірів стержня?
9. При якій гнучкості стержня застосовується формула Ейлера?
10. Як виконується перевірка розрахунку стисненого стержня на стійкість?
11. Який переріз (круг, кільце, прямокутник) менш раціональний з точки зору стійкості стержня?

## 3. ДЕТАЛІ МАШИН

### 3.1. Основні положення

Деталі машин, їх класифікація. Вимоги до машин і їх деталей. Основні критерії працездатності машин та їх деталей. Застосування деталей машин і механізмів у сільськогосподарській техніці.

### 📖 Прочитайте

Л-3, §§ 3.1–3.4; Л-5, §§ 27.1–27.3; Л-7, §§ 01–012; Л-8, §§ 82–85; Л-12, заняття 1.

### 📖 Інформація

У машинобудуванні розрізняють деталі і вузли загального і спеціального призначення. Усі деталі та вузли загального призначення поділяються на три основні групи: з'єднання і деталі з'єднань (болти,

шпильки, шпонки тощо); механічні передачі; деталі і вузли, що обслуговують передачі (вали, підшипники, муфти тощо). Основні вимоги до деталей і вузлів: міцність, жорсткість, довговічність, теплостійкість, мала вага і мінімальні габарити, технологічність. Виконання цих вимог забезпечується в процесі розрахунків.

### ◇ Питання для самоконтролю

1. Яка різниця між машиною і механізмом?
2. Дайте визначення машини – двигуна, робочої машини, наведіть приклади таких машин.
3. Дайте визначення деталі.
4. Назвіть деталі загального і спеціального призначення.
5. Які умови визначають раціональність конструкції машини та її вузлів?
6. Які основні вимоги ставляться до машин і їх деталей?
7. Назвіть основні критерії працездатності та розрахунку деталей машин.

### 3.2. Загальні відомості про передачі

Призначення передач у машинах. Класифікація передач. Принцип роботи основних типів передач. Основні кінематичні і силові співвідношення для механічних передач.

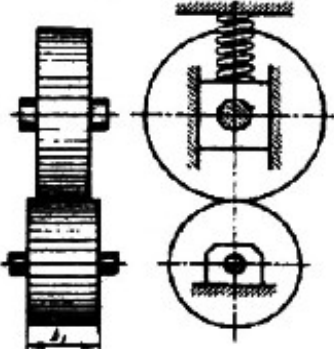
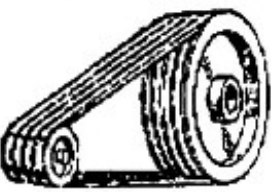
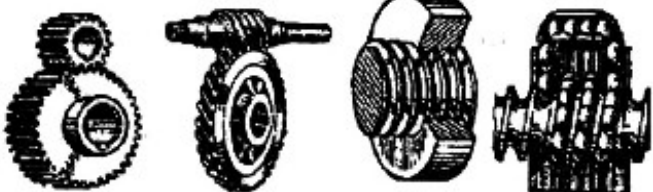
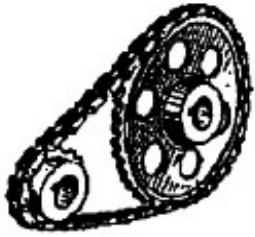
#### 📖 Прочитайте

Л-3, §§ 3.17–3.18; Л-5, с. 251–253; Л-7, §§ 6.1–6.2; Л-8, §§ 92–93; Л-12, с. 21–23.

#### 📖 Інформація

Для передачі руху від машин-двигунів до робочих машин застосовуються, головним чином, передачі обертального руху. Механічні передачі за принципом дії класифікуються на передачі тертям і зачепленням, а за взаємним розміщенням ланок – на передачі безпосереднього контакту та передачі гнучким зв'язком (табл. 8). Незалежно від типу передачі спільною для всіх є наявність ведучих і ведених ланок, єдність кінематичних і силових співвідношень.

## Класифікація механічних передач

За принципом дії	За розміщенням ланок	
	передачі з безпосереднім контактом	передачі з гнучкою ланкою
Передачі тертям	<p>Фрикційна</p> 	<p>Пасова</p> 
Передачі зачепленням	<p>Зубчаста    Черв'ячна    Гвинт-гайка</p> 	<p>Ланцюгова</p> 

☛ **Запам'ятайте**

Всі механічні передачі характеризуються передаточним числом чи відношенням. Відношення кутових швидкостей двох валів – ведучого до веденого називають **передаточним числом**  $u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}$ .

Якщо  $u > 1$ , передачу називають сповільнюючою, якщо  $u < 1$ , передачу називають прискорюючою. У приводах з великим передаточним числом, складених із кількох послідовно з'єднаних передач (багатоступеневі передачі), загальне передаточне число дорівнює добутку передаточних чисел кожної ступені передачі  $u_{\text{заг}} = u_1 u_2 \dots u_n$ . Передача потужності від ведучого вала до веденого завжди супроводжується втратою частини передаваної потужності внаслідок шкідливих опорів. Відношення значень потужності на веденому валу

до потужності на ведучому валу називають *механічним коефіцієнтом корисної дії* (к.к.д.)  $\eta = \frac{P_2}{P_1}$ .

Загальний к.к.д. багатоступеневої передачі  $\eta_{\text{заг}} = \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n$ .  
Передачі обертального руху служать не тільки для перетворення швидкостей і передачі енергії, але й для перетворення моментів:  
 $M_2 = M_1 i \eta$ .

### ❖ Питання для самоконтролю

1. Чим викликана необхідність застосування механічних передач?
2. За якими ознаками класифікуються механічні передачі?
3. Якими основними параметрами характеризуються передачі?
4. З якою метою застосовуються передачі з передаточним відношенням, рівним одиниці?
5. Вказати, який за принципом передачі руху тип передачі застосовується у велосипеді.
6. Визначити частоту обертання веденого вала  $n_2$  одноступінчастої зубчастої передачі ( $z_1 = 20$ ,  $z_2 = 60$ ), якщо частота обертання ведучого вала  $n_1 = 900 \text{ хв}^{-1}$ .

### 3.3. Фрикційні передачі

Призначення, будова, принцип роботи, класифікація та застосування фрикційних передач. Матеріали котків. Основні геометричні і кінематичні співвідношення. Сили в передачі. Умови працездатності передачі. Основні відомості про розрахунок передачі на контактну витривалість.

#### 📖 Прочитайте

Л-3, §§ 3.19–3.21; Л-5, §§ 31.1–31.2; Л-7, §§ 7.1–7.6; Л-8, §§ 94–96; Л-12, с. 23–39.

#### 📖 Інформація

У фрикційній передачі обертальний рух від ведучого котка до веденого передається силами тертя між дисками, циліндрами чи конусами, які притискаються один до одного (рис. 46). Фрикційні передачі застосовуються, головним чином, у механізмах невеликої потужності, бо при передачі значних потужностей збільшуються сили взаємного притискання котків, розміри валів та підшипників, а

відповідно і громіздкість приводу. Найчастіше фрикційні передачі застосовуються у вигляді варіаторів для безступеневого регулювання кутової швидкості веденої ланки. Визначення основних розмірів циліндричних фрикційних передач виконується по міжосьовій відстані. Умова протездатності фрикційної передачі

$$R_f \geq F_t,$$

де  $F_t = \frac{2T_2}{D_2}$  – колова сила,

$R_f = fF_n$  – сила тертя в місці контакту котків,

$F_n = \frac{KF_t}{f}$  – сила притискання котків,

$K$  – коефіцієнт запасу зчеплення.

Порушення цієї умови призводить до буксування і швидкого спрацювання котків.

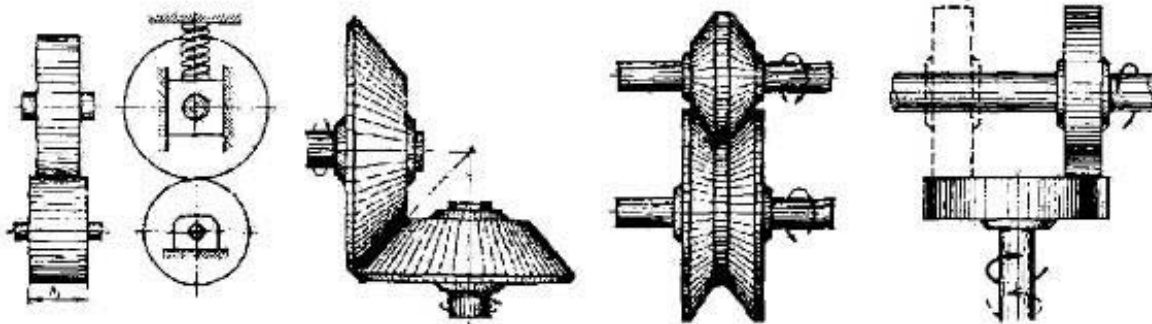


Рис. 46

### ◇ Питання для самоконтролю

1. Назвати переваги і недоліки фрикційної передачі.
2. Які матеріали застосовуються для виготовлення робочих поверхонь фрикційних котків? Які властивості повинні мати ці матеріали?
3. Пояснити процес втомлюваного викришування робочих поверхонь котків закритої фрикційної передачі.
4. Які пристрої називаються варіаторами?

### 3.4. Зубчасті передачі

Призначення, будова, принцип роботи, застосування зубчастих передач. Класифікація зубчастих передач. Підрізання та коригування зубів. Точність зубчастих передач. Основні вимоги до зубчастого зачеплення. Матеріали і конструкції зубчастих коліс. Види руйнування зубів.

Прямозубі циліндричні передачі. Основні геометричні співвідношення. Сили, що діють у зачепленні. Розрахунок зубів на контактну і згинальну витривалість. Вибір основних параметрів, розрахункових коефіцієнтів, допустимих напружень.

Непрямозубі циліндричні передачі. Основні геометричні співвідношення. Сили, що діють у зачепленні. Особливості розрахунку непрямозубих передач на контактну міцність та згин.

Прямозубі конічні передачі: основні геометричні співвідношення, сили в зачепленні, особливості розрахунку, конструкція зубчастих коліс.

### Прочитайте

Л-3, §§ 3.29–3.43; Л-5, §§ 32.1–32.12; Л-7, §§ 8.1–8.16, 9.1–9.7, 10.1–10.8, 11.1–11.10, 12.1–12.6; Л-8, §§ 98–106; Л-12, заняття 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13.

### Інформація

Зубчасті передачі – найбільш поширений тип механічних передач у сучасному машинобудуванні. Їх використовують у широкому діапазоні швидкостей (до 100 м/с), потужностей (до десятків тисяч кіловат) і передаточних чисел. Залежно від взаємного розміщення осей коліс розрізняють зубчасті передачі з циліндричними колесами (рис. 47 а...д), конічними (рис. 47 ж...і), гвинтовими (рис. 47 е,к). Залежно від розміщення зубів відносно твірних коліс розрізняють передачі прямозубі, косозубі, шевронні і з криволінійними зубами. Циліндричні колеса можуть бути з зовнішнім і внутрішнім (рис. 47 д) зачепленням. Із перелічених зубчастих передач найбільшого розповсюдження набули циліндричні прямозубі (рис. 47 а) та косозубі (рис. 47 б) передачі, як найбільш прості у виготовленні й експлуатації. Конічні передачі застосовують тільки в тих випадках, коли це необхідно за умовами компонування машини; гвинтові – лише в спеціальних випадках. У процесі роботи на зуби діють сили передаваного навантаження і сили тертя, які викликають такі основні види руйнування зубів: злам внаслідок повторно-змінних напружень згину і перевантаження, спрацювання – основний вид руйнування зубів відкритих передач, втомлюване викришування – основний вид руйнування зубів більшості закритих передач. Визначення розмірів зубчастих передач, при яких виключається злам і викришування поверхонь зубів, виконується розрахунком зубів на згин і робочих поверхонь зубів на контактну міцність. Розміри зубчастих коліс відкритих передач визначають

розрахунком на міцність при згині. Розміри коліс закритих передач визначають розрахунком на контактну міцність і перевіряють на міцність при згині. Вихідними параметрами для розрахунку зубчастої передачі є передавана потужність, передаточне число, кутова швидкість ведучого чи веденого зубчастого колеса й умови роботи передачі.

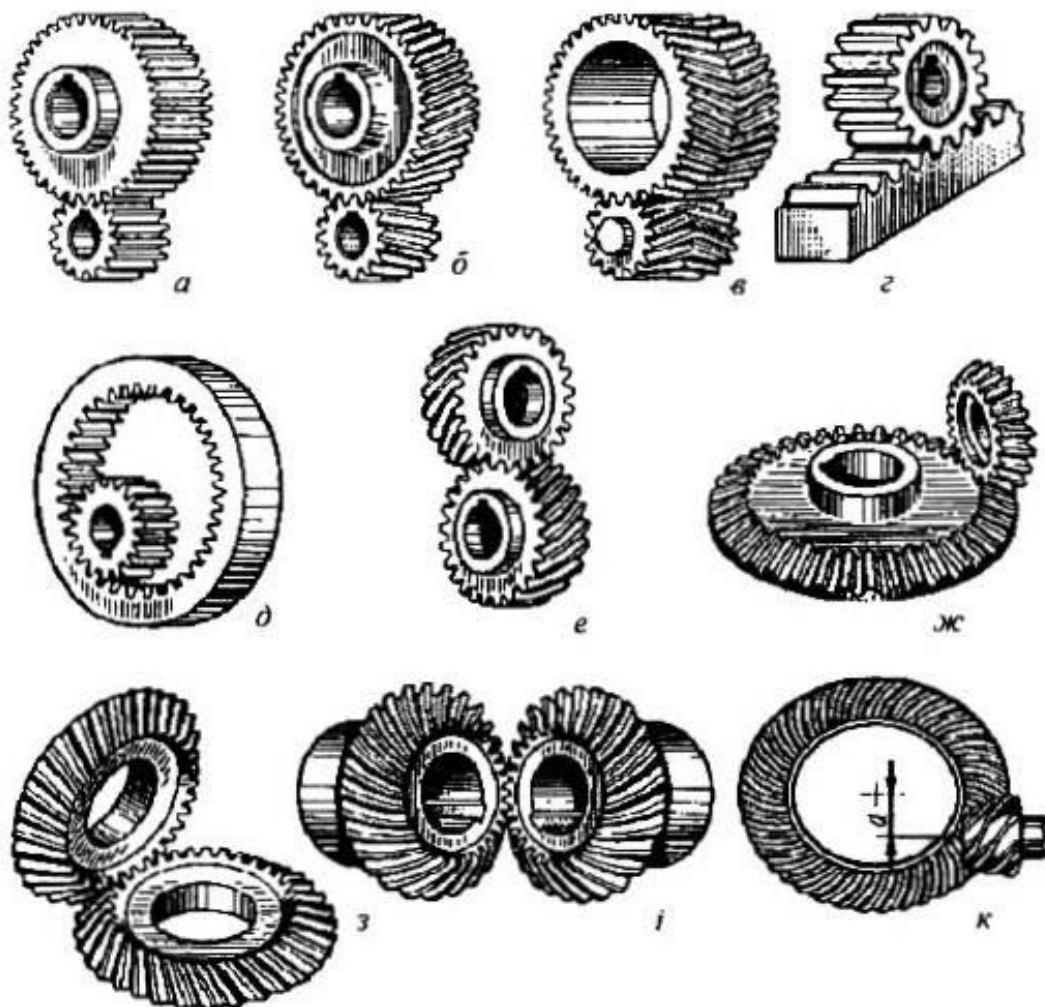


Рис. 47

Матеріали, точність виготовлення, мащення і розміри зубчастих передач повинні вибиратись таким чином, щоб зуби коліс не руйнувались під дією навантаження. Закриті зубчасті передачі, які працюють у масляній ванні, повинні мати достатню контактну витривалість, щоб не відбувалось втомлюваного викришування бокових поверхонь зубів. Максимальні контактні напруження можна розрахувати за формулою

$$\sigma_H = Z_H Z_M Z_\epsilon \sqrt{\frac{F_t (u+1)}{d_2 b_2} K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{H\nu}},$$

де  $Z_H$  – коефіцієнт, який враховує форму спряжених поверхонь зубів;

$Z_M$  – коефіцієнт, який враховує механічні властивості матеріалів спряжених коліс,

$Z_\epsilon$  – коефіцієнт, який враховує вплив коефіцієнта торцевого перекриття,

$F_t$  – колова сила,

$K_{H\alpha}$  – коефіцієнт розподілу навантаження між зубами,

$K_{H\beta}$  – коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження по довжині контактних ліній,

$K_{Hv}$  – коефіцієнт динамічних навантажень.

Ще одним важливим критерієм працездатності зубчастих передач є міцність зубів на згин:

$$\sigma_F = Y_F Y_\beta \frac{F_t}{b_2 m} K_{F\alpha} K_{F\beta} K_{Fv} \leq [\sigma]_F,$$

де  $Y_F$  – коефіцієнт форми зуба;

$Y_\beta$  – коефіцієнт, який враховує нахил зубів ( для непрямозубих коліс);

$b_2$  – ширина вінця колеса;

$m$  – нормальний модуль зачеплення;

$K_{F\alpha}$  – коефіцієнт, який враховує розподіл навантаження між зубами;

$K_{F\beta}$  – коефіцієнт, який враховує розподіл навантаження по ширині вінця;

$K_{Fv}$  – коефіцієнт динамічних навантажень у зачепленні.

Розрахунок на міцність конічних передач проводять аналогічно розрахунку циліндричних зубчастих передач, припускаючи, що навантажувальна здатність зубів конічного колеса така ж, як і в еквівалентного циліндричного. Але практика експлуатації свідчить, що при однаковому навантаженні конічні передачі виходять з ладу швидше циліндричних.

### Зверніть увагу

Передаточне число зубчастої передачі

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1}.$$

• Для конічних передач

$$u = \frac{d_{e2}}{d_{e1}} = \operatorname{tg} \delta_2 = \frac{1}{\operatorname{tg} \delta_1},$$

де  $\omega_1, \omega_2$  – кутові швидкості шестірні та колеса,

$n_1, n_2$  – частоти обертання шестірні та колеса,

$d_1, d_2$  – ділильні діаметри циліндричних шестерні і колеса;  
 $d_{e1}, d_{e2}$  і  $\delta_1, \delta_2$  – відповідно зовнішні ділильні діаметри і кути ділильних конусів шестерні та колеса. Для пари циліндричних зубчастих коліс рекомендується  $u \leq 3 \dots 6$ ; для пари конічних прямозубих коліс рекомендується  $u \leq 2 \dots 3$ , для коліс з круговими зубами можливі більш високі значення  $u$  (найбільше значення  $u = 6,3$ ).  
**Міжосьова відстань** – головний параметр зубчастої циліндричної передачі:

- для прямозубих циліндричних передач

$$a_w = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{d_2(u+1)}{2u} = \frac{mz_1(u+1)}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2},$$

- для косозубих і шевронних циліндричних передач

$$a_w = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{d_2(u+1)}{2u} = \frac{mz_1(u+1)}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2 \cos \beta},$$

де  $\beta$  – кут нахилу зубів,

- для косозубих передач  $\beta = 8^\circ - 15^\circ$ ,
- для шевронних –  $\beta = 25^\circ - 40^\circ$ .

У конічній передачі одним з важливих геометричних параметрів є зовнішня конусна відстань

$$R_e = \frac{d_e}{2 \sin \delta} = 0,5 m_e \sqrt{z_1^2 + z_2^2}.$$

### ◇ Питання для самоконтролю

1. Чи забезпечує зубчаста передача постійність передаточного відношення?
2. Яка з циліндричних зубчастих передач (прямозуба, косозуба, шевронна) має ознаку: працює менш плавно при високих колових швидкостях; має при інших рівних умовах більшу навантажувальну здатність; має в зачепленні небажану осьову силу?
3. Від якого параметра зубчастого зачеплення залежать геометричні розміри передачі?
4. Визначити повну висоту зуба циліндричного прямозубого колеса при модулі  $m = 4$  мм.
5. Визначити діаметр ділильного кола циліндричного прямозубого колеса, якщо модуль  $m = 4$  мм, число зубів  $z = 20$ .
6. Який модуль у косозубій передачі за числовим значенням більший: нормальний чи коловий? Пояснити, чому існує різниця між їх числовими значеннями.
7. В якій передачі (прямозубій чи косозубій) при інших рівних умовах більший коефіцієнт перекриття? Чи впливає коефіцієнт

перекриття на навантажувальну здатність та плавність роботи передачі?

### 3.5. Передача гвинт-гайка

Призначення, будова, застосування. Матеріали і конструкція деталей передачі.

Розрахунок передачі на зносостійкість і перевірка гвинта на міцність і стійкість. Вибір основних параметрів та розрахункових коефіцієнтів.

#### Прочитайте

Л-3, §§ 3.44–3.45; Л-5, §§ 33.1–33.3; Л-7, §§ 14.1–14.2; Л-8, §§ 90–91; Л-12, заняття 14, 15.

#### Інформація

Ці передачі зазвичай застосовують для перетворення обертального руху в поступальний (домкрати, гвинтові преси, ходові гвинти металорізальних верстатів). Слід зрозуміти відмінності між нарізними з'єднаннями та передачею гвинт-гайка. У першому випадку важлива підвищена надійність проти самовідгвинчування, а в другому – мале тертя в передачі.

#### Зверніть увагу

Для ходових і вантажних гвинтів застосовують різьбу з малим кутом профілю. Основною причиною виходу з ладу є велике спрацювання різьби. Розрахунок на зносостійкість різьби ходових і вантажних гвинтів виконують за формулою:

$$p_{zn} = \frac{F}{Az} = \frac{F}{\pi d_2 H_1 z} \leq [p_{zn}],$$

де  $F$  – осьова сила,

$A$  – площа робочої поверхні витка,

$d_2$  – середній діаметр різьби,

$H_1$  – робоча висота профілю.

Втрата стійкості довгих стиснених гвинтів може також стати причиною їх виходу з ладу.

#### Питання для самоконтролю

1. Де застосовують передачі гвинт-гайка?
2. Які профілі різьб застосовуються для вантажних гвинтів?

3. З яких матеріалів виготовляють гвинти і гайки силових передач?

4. Чим пояснюється перевага у силі в передачі гвинт-гайка?

5. Визначити осьове переміщення настановного гвинта відносно нерухомої гайки, якщо крок різьби 2,5 мм, а число заходів різьби – 2.

6. Яку різьбу необхідно застосувати для гвинтів, що знаходяться під дією великих односторонніх навантажень?

### 3.6. Черв'ячні передачі

Призначення, будова, принцип роботи, застосування черв'ячних передач. Матеріали і конструкції черв'ячних коліс. Короткі відомості про геометрію черв'ячних передач. Кінематика і к.к.д. черв'ячної передачі. Сили, які діють у зачепленні. Розрахунок черв'ячної передачі. Вибір основних параметрів та розрахункових коефіцієнтів. Тепловий розрахунок.

#### 📖 Прочитайте

Л-3, §§ 3.46–3.52; Л-5, §§ 34.1–34.6; Л-7, §§ 15.1–15.4; Л-8, §§ 107–108; Л-12, заняття 16, 17.

#### 📖 Інформація

Черв'ячна передача відноситься до числа зубчасто-гвинтових, тобто вона має ознаки, характерні і для зубчастих, і для гвинтових передач. Осі валів черв'яка і колеса перехрещуються в просторі, як правило, під прямим кутом. Черв'як, як і гвинт, характеризується кроком  $p$  і ходом витка

$$p_h = z_1 p,$$

де  $z_1$  – число витків черв'яка. Відстань між осями валів черв'яка і колеса визначають з співвідношення

$$a_\omega = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{mq + mz_2}{2} = \frac{m}{2}(q + z_2),$$

де  $d_1$  – дільний діаметр черв'яка,

$$d_1 = qm,$$

де  $q$  – коефіцієнт діаметра черв'яка (стандартизована величина).  
Передаточне число черв'ячної передачі

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

(однією парою – від 8 до 100, а в кінематичних передачах – до 1000). Найбільше розповсюдження мають черв'ячні передачі з циліндричним архімедовим черв'яком (рис. 48).

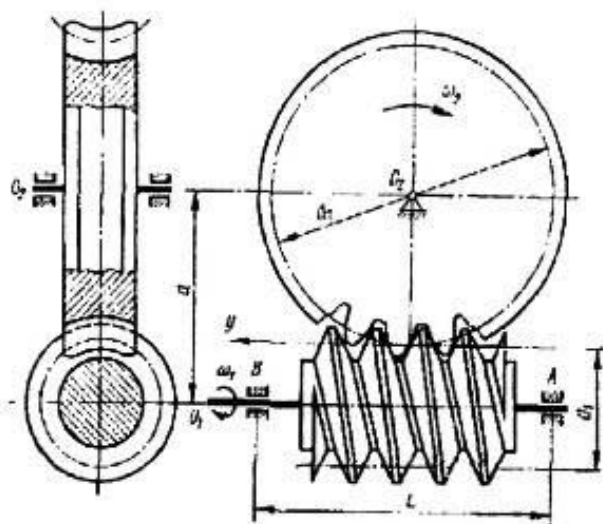


Рис. 48

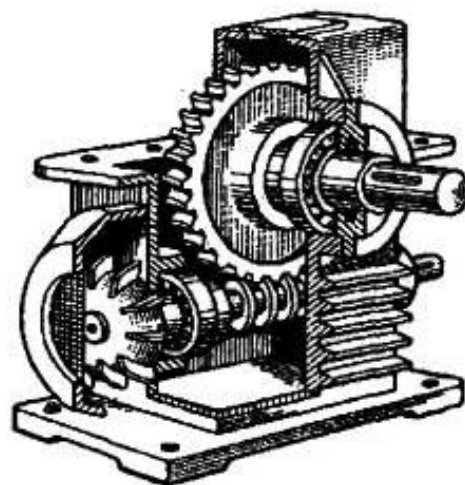


Рис. 49

### ☞ Зверніть увагу

Основним розрахунком для черв'ячних передач є розрахунок на контактну витривалість, що запобігає викришуванню і заїданню. Розрахунок за напруженнями згину виконують як перевірний. Оскільки матеріал черв'яка має найвище механічні властивості, ніж матеріал колеса, то розрахунок ведеться на міцність зубів колеса. Черв'ячні передачі з ручним приводом розраховують за напруженнями згину. У черв'ячній передачі порівняно великі втрати передаваної потужності на тертя, передача працює з великим тепловиділенням. Умова нормального теплового режиму

$$t_m \leq [t_m],$$

де  $t_m$  – температура оливи в корпусі,

$[t_m]$  – допустима температура оливи (залежить від марки оливи, приймають  $[t_m] = 80-90^\circ$ ).

Якщо при розрахунках виявиться, що  $t_m > [t_m]$ , то необхідно збільшити поверхню охолодження, застосовуючи охолоджуючі ребра, або застосувати штучне охолодження (рис.49).

### ❖ Питання для самоконтролю

1. Яка ланка черв'ячної передачі (черв'як чи черв'ячне колесо) зазвичай буває ведучою?
2. Як зміниться передаточне число черв'ячної передачі, якщо при незмінному числі зубів колеса число витків черв'яка збільшити вдвічі?
3. Як впливає число витків черв'яка на к.к.д. черв'ячної передачі?

4. З яких матеріалів виготовляють черв'як та вінець черв'ячного колеса?

5. Який модуль зачеплення черв'ячного колеса призначають за стандартом: нормальний або торцевий?

6. Визначити передаточне число черв'ячної передачі, якщо число витків черв'яка  $z_1 = 3$ , число зубів черв'ячного колеса  $z_2 = 90$ , а модуль зачеплення  $m = 5$  мм.

7. Який додатковий розрахунок проводиться для черв'ячних передач на відміну від зубчастих?

### 3.7. Пасові передачі

Призначення, будова, принцип роботи, застосування пасових передач. Матеріали пасів. Кінематичні і силові співвідношення в пасових передачах. Сили і напруги в пасах. Розрахунок передачі: плоскопасової, клинопасові. Деталі пасових передач і натяжні пристрої.

#### 📖 Прочитайте

Л-3, §§ 3.22–3.25; Л-5, §§ 36.1–36.4; Л-7, §§ 17.1–17.8, 18.1–18.4, 19.1–19.3, 20.1–20.2; Л-8, §§ 109–113; Л-12, заняття 4, 5.

#### 📖 Інформація

Залежно від форми поперечного перерізу паса розрізняють передачі з плоскими, клиновими, круглими, поліклиновими пасами (рис. 50), найбільше розповсюдження в машинобудуванні знаходять клинопасові передачі. Останнім часом при необхідності забезпечення постійного передаточного числа і доброї тягової здатності все більше застосування знаходять передачі з зубчастими пасами (рис. 50 д). Швидкість паса в пасових передачах – 5...50 м/с, потужність – до 50 кВт (іноді до 1500 кВт).

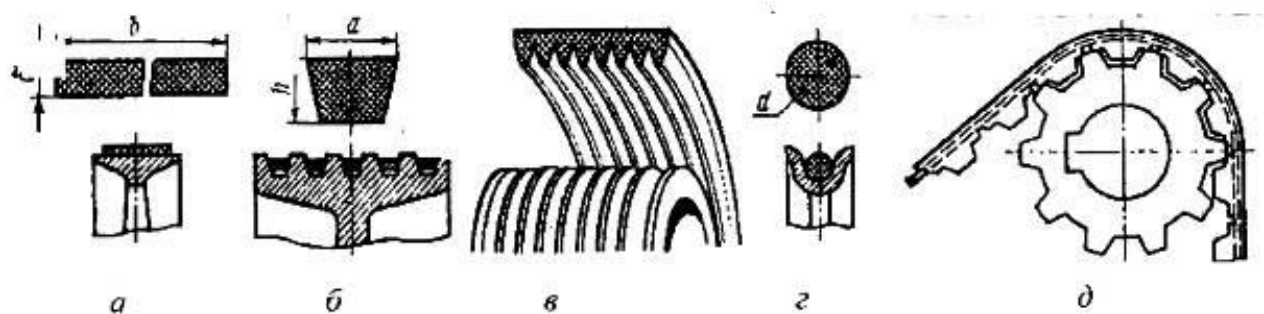


Рис. 50

### 👉 Зверніть увагу

Передаточне число пасової передачі

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{D_2}{D_1(1-\varepsilon)},$$

де  $\varepsilon$  – коефіцієнт пружного ковзання.

Міжосьова відстань пасової передачі з плоским пасом –  $(D_2 + D_1) < a \leq 2,5(D_2 + D_1)$ , з клиновим пасом –  $2(D_2 + D_1) \geq a \geq 0,55(D_2 + D_1) + h$ . Найменший кут охоплення пасом меншого шківа

$$\alpha_1 = 180^\circ - 57^\circ \frac{D_2 - D_1}{a},$$

для плоскопасової передачі рекомендується  $[\alpha_1] \geq 150^\circ$ ,

для клинопасової і поліклинової –  $[\alpha_1] \geq 120^\circ$ . Основними критеріями працездатності пасових передач є *тягова здатність і довговічність паса*. Основним розрахунком пасових передач, який забезпечує необхідну міцність пасів, є розрахунок на тягову здатність. Для плоскопасових передач розрахунок на тягову здатність зводиться до визначення розрахункової площі перерізу паса:

$$A = \delta b = \frac{F_t}{[K]_n},$$

де  $\delta$  і  $b$  – товщина і ширина паса,

$F_t$  – колова сила,

$[K]_n$  – допустиме корисне напруження.

Розрахунок на тягову здатність клинопасової передачі полягає у визначенні необхідної кількості клинових пасів  $z_{к7}$  для забезпечення нормальної працездатності передачі:

$$z_{к7} = \frac{F_t}{A_0 [K]_n K_z} \leq [z_{к7}],$$

де  $A_0$  – площа поперечного перерізу клинового паса,

$[K]_n$  – допустиме напруження в пасі,

$K_z$  – коефіцієнт числа пасів.

При розгляді методики розрахунків пасових передач по тяговій здатності звернути увагу на те, що міцність паса – недостатня умова, яка визначає працездатність передачі. Для забезпечення довговічності паса необхідно правильно вибрати співвідношення між його товщиною та діаметром малого шківа, а також таку міжосьову відстань, при якій число перебігів паса в секунду не перевищуватиме допустимого:

$$U = \frac{v}{l} \leq [U].$$

Практика рекомендує: для плоскопасової передачі  $[U] \leq 15 \text{ с}^{-1}$ , для клинопасової і поліклинової –  $[U] \leq 30 \text{ с}^{-1}$ . Паси, розраховані за тяговою здатністю, мають нормальну довговічність, яка в середньошвидкісних передачах складає 1000 ... 5000 год.

### ◇ Питання для самоконтролю

1. Чи забезпечує пасова передача постійність передаточного числа?
2. Чи впливає попередній натяг паса на тягову здатність пасової передачі?
3. Які наслідки може мати значне витягування паса при експлуатації передачі?
4. Як впливає товщина паса на напруження згину, що виникає в пасі при охопленні шківів?
5. Чи гарантує нормальну роботу пасової передачі умова міцності паса на втомленість?
6. Значення якої величини визначають у результаті при розрахунку на тягову здатність плоскопасової та клинопасової передач?
7. З якою метою в пасових передачах ставиться натяжний пристрій?
8. На набігаючій чи збігаючій вітті ставиться натяжний пристрій і чому?

### 3.8. Ланцюгові передачі

Призначення, будова, принцип роботи, застосування передач. Деталі ланцюгових передач. Основні параметри ланцюгових передач. Критерії працездатності. Добирання ланцюгів і їх перевірний розрахунок.

### ▣ Прочитайте

Л-3, §§ 3.53–3.57; Л-5, §§ 37.1–37.4; Л-7, §§ 21.1–21.10; Л-8, §§ 114–115; Л-12, заняття 6.

### ☞ Інформація

Ланцюгова передача служить для передачі руху тільки між паралельними валами. Ланцюгові передачі можуть передавати великі потужності (до 5 тис. кВт) при порівняно високих швидкостях (до 25–

30 м/с). Ці передачі вибирають, коли застосування зубчастої передачі недоцільне через велику міжосьову відстань, а пасові для даної машини недостатньо надійні. Їх можна використовувати для передачі потужності від однієї ведучої ланки до кількох ведених зірочок (рис. 51). Ланцюгові передачі широко використовуються в транспортуючих пристроях (конвеєрах, елеваторах, мотоциклах, велосипедах), у приводах верстатів і сільськогосподарських машин тощо. Основними типами приводних ланцюгів є втулкові, роликові і зубчасті (рис. 52). Основним розрахунковим параметром ланцюга є крок. Для роликових і втулкових ланцюгів кроком називають відстань між центрами роликів (втулок), для зубчастого – між центрами валиків. Розміри і форма зубів зірочки визначається залежно від числа зубів, кроку ланцюга і його конструкції.

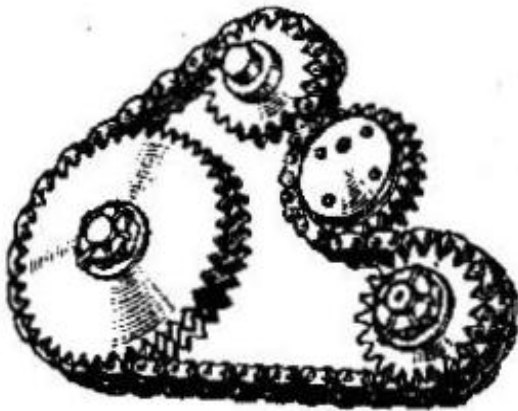


Рис. 51

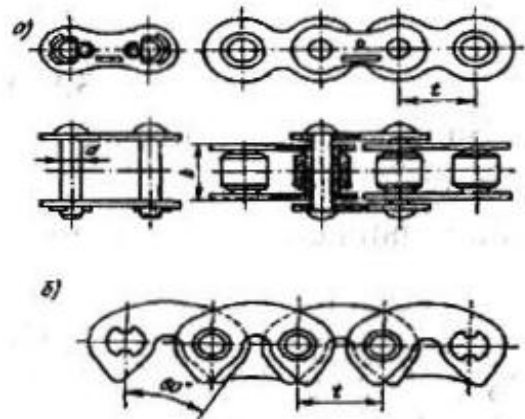


Рис. 52

### Зверніть увагу

Передаточне число ланцюгової передачі

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

Для ланцюгових передач рекомендується  $u \leq 7$ . Оптимальна міжосьова відстань передачі за умови довговічності ланцюга  $a = (30 \dots 50)p$ . Основний критерій працездатності ланцюгової передачі – зносостійкість шарнірів ланцюга. Для забезпечення достатньої зносостійкості обмежують тиск у шарнірах

$$p_{\text{ш}} = \frac{F_t K_e}{A} \leq [p_{\text{ш}}],$$

де  $A$  – площа проекції опорної поверхні шарніра,

$K_e$  – коефіцієнт експлуатації. Додатково ланцюги перевіряють на розрив.

### ❖ Питання для самоконтролю

1. Яка з передач пасова чи ланцюгова здатна передавати більшу потужність?
2. Який ланцюг використовується у велосипеді?
3. З якою метою в ланцюгових передачах ставлять натяжний пристрій?
4. Назвати види приводних ланцюгів.
5. Як впливає на нерівномірність ходу ланцюгової передачі число зубів ведучої зірочки та крок ланцюга?
6. Яка причина руйнування шарнірів ланцюга?
7. Який розрахунок ланцюгової передачі гарантує довговічність ланцюга?
8. Назвати основний критерій, за яким ведеться перевірний розрахунок ланцюгових передач.

### 3.9. Вали і осі

Вали і осі, їх призначення, конструкції, матеріали. Розрахунок валів та осей на міцність і жорсткість. Конструктивні та технологічні способи підвищення витривалості валів.

### 📖 Прочитайте

Л-3, §§ 3.15–3.16, 3.58–3.60; Л-5, §§ 28.3–28.4, 39.1–39.2; Л-7, §§ 4.1 – 4.4, 5.1–5.4, 22.1–22.7; Л-8, §§ 120–121; Л-12, заняття 20, 24.

### 📖 Інформація

Осі і вали розрізняються за умовами роботи. Осі, які несуть на собі обертові частини, не передають обертальних моментів і витримують тільки згин; вали, як і осі, є підтримуючими деталями, але крім того, передають моменти і працюють не тільки на згин, але й на кручення. Осі і вали розраховують на міцність і жорсткість як бруси круглого поперечного перерізу, які працюють на згин або на згин і кручення.

### 👉 Зверніть увагу

Практикою встановлено, що руйнування валів і осей швидкохідних машин у більшості випадків має втомлюваний характер, тому основним критерієм є розрахунок на опір втомленості. При розрахунках для обертових осей вважають, що напруження згину змінюються за симетричним циклом, а для нерухомих – за

віднульованим (пульсуючим). Перевірний розрахунок валів виконується на опір втомленості і жорсткість, а в окремих випадках – на коливання. Жорсткість валів і осей оцінюється величиною прогину в місцях встановлення деталей або кутом закручування перерізів; коливання – критичною кутовою швидкістю.

### ❖ Питання для самоконтролю

1. Враховуючи силові фактори, вказати призначення осей.
2. Як називається частина вала, яка охоплюється опорою?
3. Якому розрахунку підлягають вали та обертові осі: на статичну міцність чи на втомленість?
4. Назвати найбільш розповсюджені марки сталей, які застосовуються для виготовлення валів та осей.
5. В яких випадках проводиться розрахунок валів на жорсткість?
6. Як оцінюється жорсткість осей і валів?

### 3.10. Підшипники

Опори ковзання і кочення, призначення, порівняльна характеристика. Підшипники ковзання: типи, застосування, конструкції, матеріали. Критерії працездатності та умовні розрахунки. Підшипники кочення: будова, класифікація, огляд основних типів. Поняття про підбір підшипників кочення за динамічною вантажопідйомністю. Короткі відомості про конструювання підшипникових вузлів.

### 📖 Прочитайте

Л-3, §§ 3.61–3.75; Л-5, §§ 40.1–40.4; Л-7, §§ 23.1–23.9, 24.1–24.10; Л-8, §§ 122–124; Л-12, заняття 21–23.

### 📖 Інформація

Для підтримання осей і валів і сприйняття діючих на них зусиль служать спеціальні опори – підшипники. Якість підшипників у значній мірі визначає надійність і довговічність машин. За характером тертя робочих елементів вони поділяються на опори ковзання й кочення (кулькові і роликові підшипники). Вибір виду опори залежить від великої кількості конструктивних і експлуатаційних факторів. Підшипники ковзання застосовують у двигунах внутрішнього згорання, газових турбінах, центрифугах, сепараторах, насосах, при особливо важких режимах роботи машин (прокатні стани, каменедробарки) тощо. Підшипники ковзання найчастіше виходять з ладу внаслідок абразивного спрацювання або заїдання. У машинах, де

підшипники сприймають великі ударні і вібраційні навантаження, можливе втомлюване руйнування робочого шару вкладишів. Підшипники ковзання, які працюють в умовах змішаного чи граничного тертя, розраховують за умовною методикою на зносостійкість і нагрівання. При рідинному терті розрахунок ведуть на основі гідродинамічної теорії мащення.

Підшипники кочення – стандартні вироби, які виготовляються в масовій кількості на спеціалізованих заводах і широко розповсюджені у всіх галузях машинобудування. Основними елементами підшипників кочення є їх тіла – встановлені між кільцями кульки чи ролики (рис. 53), які утримуються сепаратором на певній відстані один від одного.

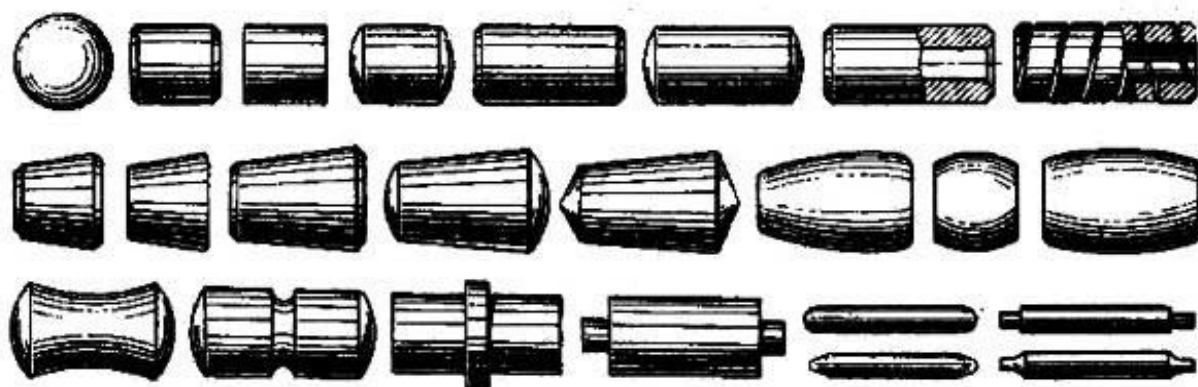


Рис. 53

Підшипники кочення класифікують за такими ознаками:

- за формою тіл кочення – кулькові і роликові (з циліндричними короткими і довгими роликами, з конічними, бочкоподібними, витими, голчастими);
- за напрямом сприйнятого навантаження – радіальні (в основному для радіальних навантажень), радіально-упорні (для одночасного сприйняття радіальних і осьових навантажень), упорні (для осьових навантажень), упорно-радіальні (для осьового і радіального навантаження);
- за числом рядів кочення – одно-, дво-, багаторядні;
- за способом самовстановлення – самовстановлювані і несамовстановлювані;
- за габаритними розмірами – надлегкої, особливо легкої, легкої, середньої і важкої серії;
- залежно від ширини – особливо вузькі, вузькі, нормальні, широкі, особливо широкі.

На рис. 54 наведено основні показники підшипників різних типів і серій з однаковим діаметром вала ( $d = 80$  мм), звідки видно, що

значну перевагу по габаритах, масі і швидкохідності мають підшипники легких серій, але їх навантажувальна здатність менша, ніж у підшипників середніх і важких серій. При виборі типу підшипника необхідно враховувати величину і напрям навантаження, частоту обертання, режим роботи, конструктивні особливості вузла машини, вартість підшипника. Підшипники кочення маркуються нанесенням на торцеву поверхню кілець ряду цифр і букв, які умовно позначають внутрішній діаметр, серію, тип, конструктивні різновиди, клас точності тощо.

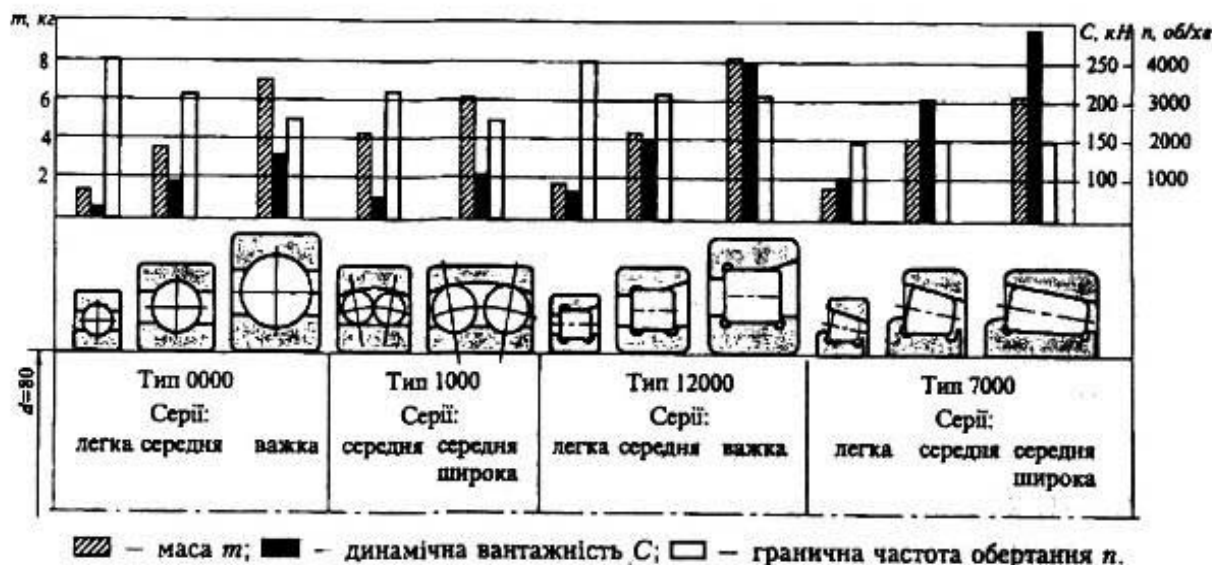


Рис. 54

### Зверніть увагу

Умовний розрахунок підшипників ковзання виконують по середньому тиску  $p_c$ , що гарантує невидавлювання мастильного матеріалу, і по питомій роботі сил тертя  $p_c v$ , що забезпечує нормальний тепловий режим і відсутність заїдання:

$$p_c \leq [p_c], p_c v \leq [p_c v],$$

де  $v$  – колова швидкість поверхні цапфи.

Основними критеріями працездатності підшипників кочення є довговічність за втомлюваним викришуванням і статична вантажопідйомність за пластичними деформаціями. Дослідження роботи підшипників кочення дозволили встановити залежність між еквівалентним навантаженням  $F_e$  динамічною вантажопідйомністю  $C$  і довговічністю підшипників  $L$  (млн. об)

$$L = \left( \frac{C}{F_e} \right)^\alpha,$$

де  $\alpha$  – показник степеня (для кулькових підшипників  $\alpha=3$ , для роликів  $\alpha = 10/3$ );

$C$  – динамічна вантажопідйомність підшипника, вказана в каталогах. Еквівалентне навантаження  $F_e$  для кулькових радіальних і радіально-упорних та роликів радіально-упорних підшипників

$$F_e = (XVF_r + YF_a)K_b K_m,$$

де  $V$  – коефіцієнт обертання (при обертанні внутрішнього кільця  $V = 1$ , зовнішнього –  $V = 1,2$ ),

$X$  і  $Y$  – коефіцієнти радіального і осьового навантаження,

$F_r$  і  $F_a$  – радіальне і осьове навантаження на підшипник,

$K_b$  – коефіцієнт безпеки,

$K_m$  – температурний коефіцієнт.

### ◇ Питання для самоконтролю

1. Який вид опор (ковзання чи кочення) застосовують при наявності значних ударних чи вібраційних навантажень?
2. Які фактори впливають на спрацювання підшипників ковзання?
3. З яких матеріалів виготовляють роз'ємні та нероз'ємні підшипники ковзання?
4. Який тип корпусу підшипника ковзання необхідно застосовувати в опорах колінчастого вала?
5. З якою метою на робочій поверхні підшипників ковзання виготовляють радіальні проточки (канавки)?
6. Назвіть основні причини виходу з ладу підшипників ковзання.
7. З яких елементів складаються підшипники кочення?
8. Яку функцію виконують сепаратори в підшипниках кочення?
9. Які матеріали застосовуються для виготовлення деталей підшипників кочення?
10. Як класифікуються підшипники кочення?
11. Визначіть по каталогу тип і розміри підшипників за їх умовним позначенням: 206, 2206, 36206.
12. Порівняйте підшипники з умовними позначеннями: 7308 і 6 – 7209.
13. Які фактори визначають працездатність підшипників кочення?
14. Які види руйнування характерні для підшипників кочення?
15. Як добираються підшипники кочення?

16. Назвіть основні причини заклинювання підшипників у вузлі.

17. Які види ущільнюючих пристроїв застосовують у вузлах з підшипниками кочення?

18. Які ущільнення підшипникових вузлів рекомендовані до використання при колівій швидкості вала 30 м/с?

### 3.11. Муфти

Призначення та класифікація муфт. Застосування муфт. Конструкція муфт. Короткі відомості про вибір і розрахунок муфт.

#### Прочитайте

Л-3, §§ 3.76–3.79; Л-5, §§ 41.1–41.3; Л-7, §§ 25.1–25.6; Л-8, §§ 126–128; Л-12, заняття 32.

#### Інформація

Застосування муфт у машинобудуванні викликано необхідністю отримання довгих валів, виготовлених з окремих частин; компенсації невеликих неточностей монтажу щодо відносного розміщення з'єднаних валів; надання валам деякої відносної рухливості під час роботи; виконання функцій автоматичного керування. За характером роботи й основним призначенням муфти поділяються на (рис. 55): постійні (не допускають роз'єднання валів при роботі машини); керовані (здійснюють включення і виключення валів за допомогою системи управління, яка діє на муфту); запобіжні (відключають вали при порушенні нормальних умов роботи.) Основною характеристикою при виборі муфт є розрахунковий момент

$$M_p = K_p M \leq [M]_p,$$

де  $K_p$  – коефіцієнт режиму роботи,

$M$  – номінальний обертальний момент при встановленому режимі роботи. Муфти вибирають за відповідними таблицями, розрахунковим моментом залежності від діаметра вала (враховується також максимальна кутова швидкість). Окремі деталі муфти перевіряються на міцність.

#### Зверніть увагу

Ознайомитись з різновидами основних типів муфт, їх застосуванням, особливостями конструкції і роботи, зрозуміти принципову відмінність між муфтами та передачами. Розглянути методику розрахунків та конструювання муфт.

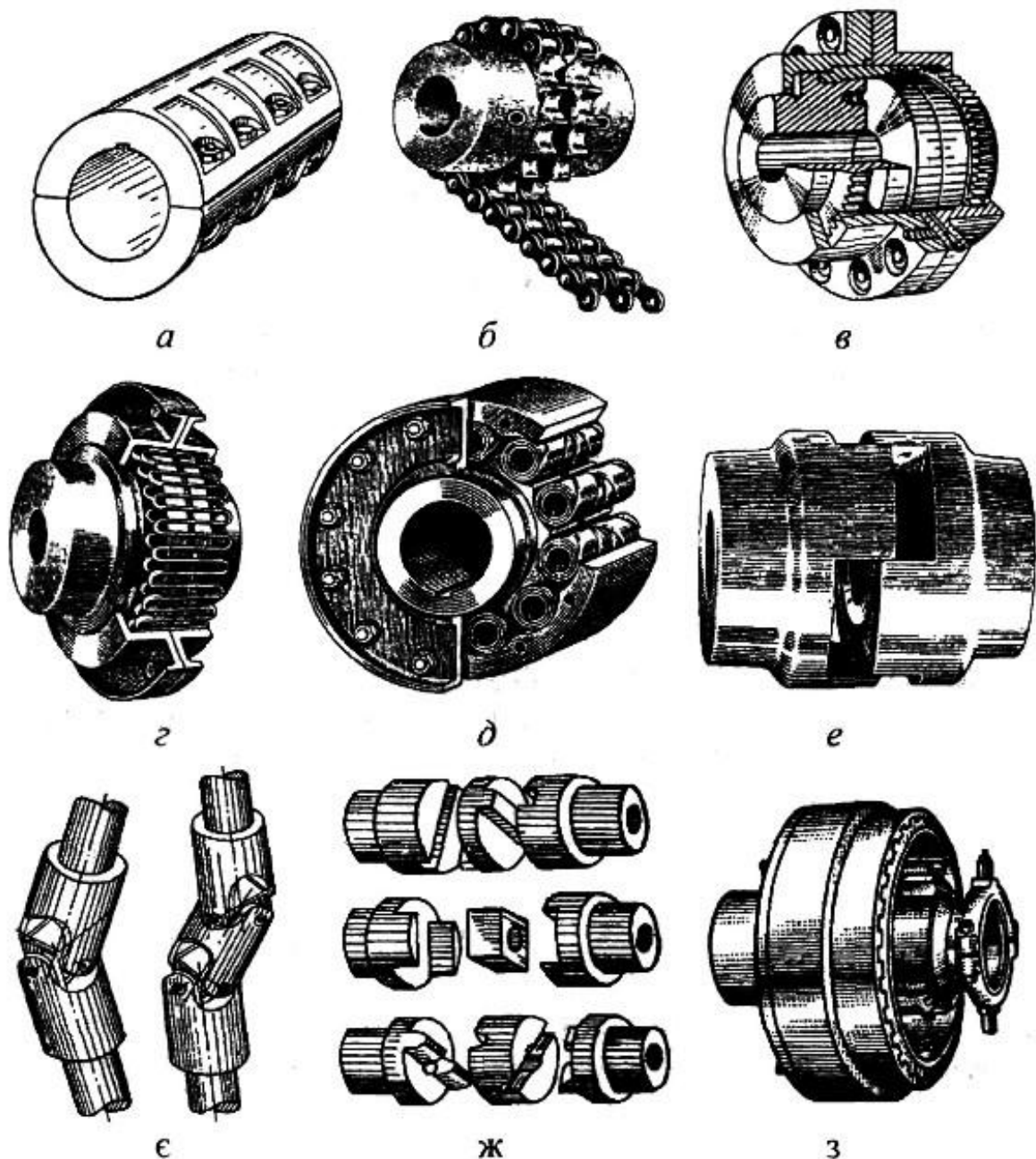


Рис. 55

Постійні муфти – жорсткі: а) поздовжньо-роз’ємна; компенсуючі: б) ланцюгова, в) зубчаста, г) муфта зі змієвидною пружиною, д) муфта з гільзовими пружинами, е) кулачкова розширювальна, є) хрестово-шарнірні муфти, ж) кулачково-дискові (плаваючі). Керовані муфти – з) фрикційна дискова.

❖ **Питання для самоконтролю**

1. Які функції в приводах виконує пружна втулково-пальцева муфта?
2. Чи передають жорсткі та пружні муфти вібрації, поштовхи, удари?

3. Які муфти можна включити під час обертання вала з великою кутовою швидкістю?
4. За якими параметрами добираються стандартні муфти?
5. За яким моментом добираються стандартні зубчасті муфти?

### 3.12. Шпонкові та шліцьові з'єднання

Шпонкові з'єднання. Розрахунок з'єднань призматичними шпонками. Зубчасті (шліцьові) з'єднання, застосування та перевірний розрахунок.

#### 📖 Прочитайте

Л-3, §§ 3.15–.16, 3.58–3.60; Л-5, §§ 28.3–28.4, 39.1–39.2; Л-7, §§ 4.1–4.4, 5.1–5.4, 22.1–22.7; Л-8, §§ 120–121; Л-12, заняття 20, 24.

#### 📖 Інформація

Шпонкові і шліцьові з'єднання служать для закріплення на валу (чи осі) обертових деталей (зубчастих коліс, шківів, муфт тощо). Шпонкові з'єднання здійснюються за допомогою клинових шпонок (рис. 56 є–з), які утворюють напружені з'єднання, призматичних і сегментних шпонок (рис. 56 а–д), які утворюють ненапружені з'єднання. Розміри шпонок стандартизовані. Зубчасті (шліцьові) з'єднання, на відміну від шпонкових, мають більшу навантажувальну здатність, краще центрують з'єднувані деталі, забезпечують високу втомлювану міцність вала. Залежно від профілю зубів зубчастих (шліцьових) з'єднань розрізняють три основних типи з'єднань: з прямобічними, евольвентними і трикутними зубами (рис. 57).

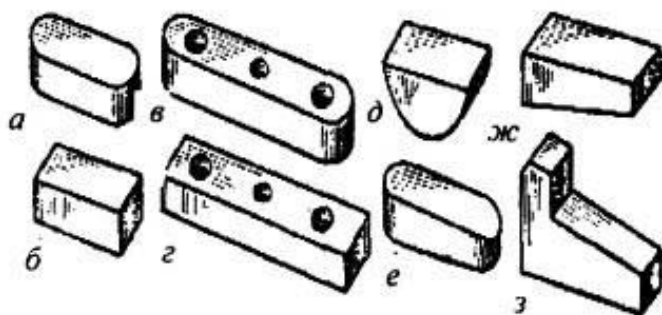


Рис. 56



Рис. 57

#### 👉 Зверніть увагу

Основним критерієм працездатності шпонкових з'єднань є міцність. Розміри шпонок у стандартах підібрані так, що їх міцність на різ і згин забезпечена, якщо виконується умова міцності на зминання,

тому основним розрахунком шпонкових з'єднань є розрахунок на зминання. Перевірку шпонок на зріз виконують для відповідальних з'єднань. Перевірка з'єднань призматичними шпонками на зминання

$$\sigma_{zm} = \frac{2M}{d(0,95h-t)l_p} \leq [\sigma]_{zm},$$

де  $M$  – передаваний з'єднанням момент,

$d$  – діаметр вала,

$h$  – висота шпонки,

$t$  – глибина паза у валу,

$l_p$  – робоча довжина шпонки,

$b$  – ширина шпонки,

$[\sigma]_{zm}$  – допустиме напруження зминання (для сталевих маточин –  $[\sigma]_{zm} = 100 \dots 120$  мПа, для чавунних –  $[\sigma]_{zm} = 60 \dots 80$  мПа). Основними критеріями працездатності шліцьових з'єднань є опір робочих поверхонь зминанню і спрацюванню. Ці з'єднання, аналогічно шпонковим, вибирають за таблицями стандартів залежно від діаметра вала, а потім перевіряють на міцність. Умова міцності на зминання робочих поверхонь зубів

$$\sigma_{zm} = \frac{M}{S_F l_p} \leq [\sigma]_{zm},$$

де  $M$  – передаваний обертальний момент,

$S_F$  – питомий сумарний статичний момент площі робочих поверхонь,

$l_p$  – робоча довжина зубів,

$[\sigma]_{zm}$  – допустиме напруження зминання.

Умова обмеження спрацювання

$$\sigma_{zm} = \frac{M}{S_F l_p} \leq [\sigma]_{спр},$$

де  $[\sigma]_{спр}$  – допустиме напруження на обмеження спрацювання.

### ◆ Питання для самоконтролю

1. Які шпонки забезпечують краще центрування деталей на валу?
2. Які шпонки застосовують при реверсивній роботі з'єднання?
3. Що є основним критерієм працездатності ненапруженого шпонкового з'єднання?
4. Як добираються призматичні шпонки?
5. Для якої деталі (шпонки чи маточини) при розрахунках шпонкових з'єднань на зминання приймають допустимі напруження?

6. Назвати переваги зубчастих (шліцьових) з'єднань у порівнянні з шпонковими.

7. Яким профілям шліців надають перевагу при проектування рухомого під навантаженням шліцьового з'єднання?

8. Назвіть основний критерій працездатності нерухомого шліцьового з'єднання?

### 3.13. Нарізні з'єднання

Загальні відомості, застосування. Конструктивні форми нарізних з'єднань. Стандартні кріпильні деталі, їх матеріали. Способи стопоріння нарізних з'єднань. Найпростіші випадки розрахунку на міцність.

#### Прочитайте

Л-3, §§ 3.8–3.14; Л-5, §§ 28.1–28.2; Л-7, §§ 3.1–3.12; Л-8, §§ 88–89; Л-12, заняття 26, 27.

#### Інформація

Нарізні з'єднання є одним із найбільш розповсюджених видів роз'ємних з'єднань, що застосовуються в машинобудуванні. Нарізні з'єднання виконують за допомогою різьбових кріпильних деталей: болтів, гвинтів, шпильок тощо. При вивченні нарізних з'єднань необхідно уважно розглянути класифікацію, типи та призначення різьби, кріпильних деталей, засоби проти самовідгвинчування. Нарізні з'єднання можуть виходити з ладу внаслідок руйнування (розриву) стержня болта, зрізу різьби та її змінання. Основний вид руйнування нарізного з'єднання – розрив нарізаної частини тіла болта чи в перехідному перерізі біля головки. Можливі такі випадки навантаження болта (рис. 58, 59):

- болт навантажений осьовою силою без попереднього затягування (наприклад, різьбовий кінець вантажного крюка вантажопідійомних машин),
- затягнутий болт без зовнішнього осьового навантаження (клеоме з'єднання),
- затягнутий болт з додатковим осьовим навантаженням (фланцеві, фундаментні болти),
- болт навантажений поперечною силою і встановлений з зазором,
- болт навантажений поперечною силою і встановлений без зазору.

### ☝ Зверніть увагу

Різноманіття видів навантаження обумовлює кілька різних випадків розрахунку:

- *Незатягнутих різьбових з'єднань* (рис. 58 а). Небезпечним у різьбовому стержні є переріз нарізаної частини з розрахунковим діаметром

$$d_p \approx d - 0,94p,$$

де  $d$  – зовнішній діаметр,

$p$  – крок різьби.

Умова міцності

$$\sigma_p = \frac{4F}{\pi d_p^2} \leq [\sigma_p],$$

де  $F$  – осьове навантаження,

$[\sigma_p]$  – допустиме напруження на розтяг. Розрахунковий діаметр різьби  $d_p \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi[\sigma_p]}}$ .

- *Затягнутого різьбового з'єднання, ненавантаженого зовнішньою осьовою силою* (рис. 58 б). Стержень з різьбою розтягується зусиллям затяжки  $F_o$  і скручується моментом в різьбі. Розрахунок болта на міцність виконують по еквівалентному напруженню, яке для метричної різьби в середньому на 30 відсотків більше напруження розтягу. Умова міцності:

$$\sigma = \frac{4F_{розр}}{\pi d_p^2} \leq [\sigma_p],$$

де  $F_{розр}$  – розрахункове (еквівалентне) навантаження.

- *Затягнутого і додатково навантаженого осьовою силою болта* (рис. 58 в).

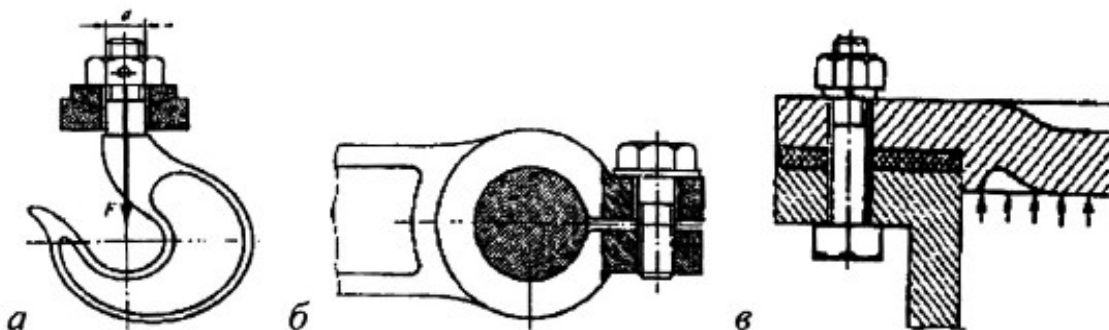


Рис. 58

Розрахунок виконують аналогічно попередньому випадку, розрахунок навантаження болта з урахуванням впливу кручення при затягуванні

$$F_{розр} = F \cdot [1,3k(1 - \chi) + \chi],$$

де  $F$  – зовнішнє осьове навантаження,

$k$  – коефіцієнт запасу попередньої затяжки,

$\chi$  – коефіцієнт зовнішнього навантаження.

• *Затягнутого болта, встановленого з зазором і навантаженого поперечною силою  $F$  (рис. 59 а). Болт працює на розтяг і кручення. Умова міцності*

$$\sigma = \frac{4kK_n F}{\pi f z i d_p^2} \leq [\sigma_p],$$

де  $i$  – число третьових поверхонь,

$f$  – коефіцієнт тертя між поверхнями з'єднаних деталей,

$z$  – кількість болтів,

$k$  – коефіцієнт затягування,

$K_n$  – коефіцієнт навантаження.

• *Болта, встановленого без зазору і навантаженого поперечною силою (рис. 59 б). Таке з'єднання розраховується на зріз болта. Умова міцності*

$$\tau_{зр} = \frac{4F}{\pi d^2 i z} \leq [\tau_{зр}],$$

де  $i$  – кількість площин зрізу,

$d$  – діаметр стержня в небезпечному перерізі.

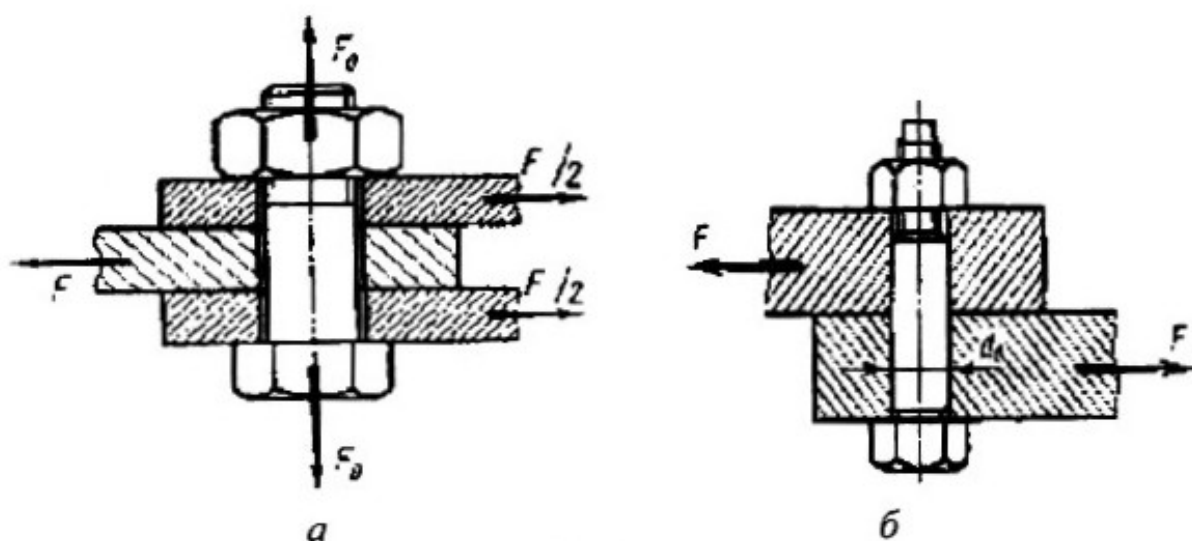


Рис. 59

### ◆ Питання для самоконтролю

1. Як класифікуються різьби?
2. Які профілі різьб застосовуються для нарізних кріпильних виробів?
3. Які з різьб найнадійніші з точки зору самогальмування: з дрібним чи крупним кроком, одно- чи багатозаходні (при рівному ході різьби)?
4. Чому для з'єднання деталей, які працюють в умовах вібрації, рекомендується застосовувати болти з дрібною різьбою?
5. Який профіль і чому мають кріпильна і кріпильно-ущільнююча різьби?
6. Поясніть умовні позначення: M18; M24×1,5; Трап. 60×12.
7. Що дає застосування для нарізних з'єднань матеріалів підвищеної міцності?
8. Які нарізні кріпильні деталі застосовують для з'єднання кришки підшипникового вузла з корпусом редуктора?

### 3.14. Нероз'ємні з'єднання

Нероз'ємні з'єднання, їх класифікація, застосування. Зварні з'єднання. Основні види зварних з'єднань і типи швів. Розрахунок на міцність зварних швів. Заклепкові з'єднання, їх застосування. Основи розрахунку. Матеріали заклепок. Клейові з'єднання. Переваги, недоліки, застосування. Розрахунок клейових з'єднань.

### 📖 Прочитайте

Л-3, §§ 3.5–3.7; Л-5, §§ 29.1–29.3; Л-7, §§ 1.1–1.6; Л-8, §§ 86–87; Л-12, заняття 30, 31.

### 📖 Інформація

При вивченні нероз'ємних з'єднань необхідно повторити розрахунки на зминання та на зріз, а також способи зварювання з відповідних розділів технічної механіки та курсу матеріалознавства. Стикові шви працюють на розтяг чи стиск залежно від напрямку діючого навантаження (рис. 60 а). Основним критерієм працездатності стикових швів є їх міцність. Умова міцності стикового шва

$$\sigma'_p = \frac{F}{\delta l_{ш}} \leq [\sigma']_p.$$

Напусків шви розраховують на зріз за найменшим перерізом шва, розміщеним у бісекторній площині прямого кута (рис. 60 б)

$$\tau'_{зр} = \frac{F}{0,7kl_{ш}} \leq [\tau']_{зр}$$

Допустимі напруження для зварних швів на розтяг  $[\sigma']_p$  та на зріз  $[\tau']_{зр}$  можуть бути прийняті залежно від допустимих напружень на розтяг  $[\sigma]_p$  для основного металу конструкції. Заклепкові з'єднання є основним видом нероз'ємного з'єднання при виготовленні металевих конструкцій з легких сплавів (дюралюмінію), в конструкціях, для яких методи зварювання і склеювання ще недостатньо розроблені або малоефективні, у з'єднаннях, які працюють при великих вібраційних чи ударних навантаженнях (рис. 60 в). Причинами руйнування з'єднання можуть бути: зріз заклепок, зминання листів, розрив листа в перерізі, послабленому отворами, руйнування краю листа біля отвору під заклепку (рис. 60 г). Для заклепкових з'єднань умова міцності на зріз записується у вигляді

$$\tau_{зр} = \frac{4F}{\pi d^2 ik} \leq [\tau_{зр}];$$

умова міцності на зминання

$$\sigma_{зм} = \frac{F}{id\delta_{min}} \leq [\sigma_{зм}],$$

де  $\tau_{зр}$ ,  $\sigma_{зм}$ ,  $[\tau_{зр}]$ ,  $[\sigma_{зм}]$  – розрахункові та допустимі напруження зрізу і зминання,

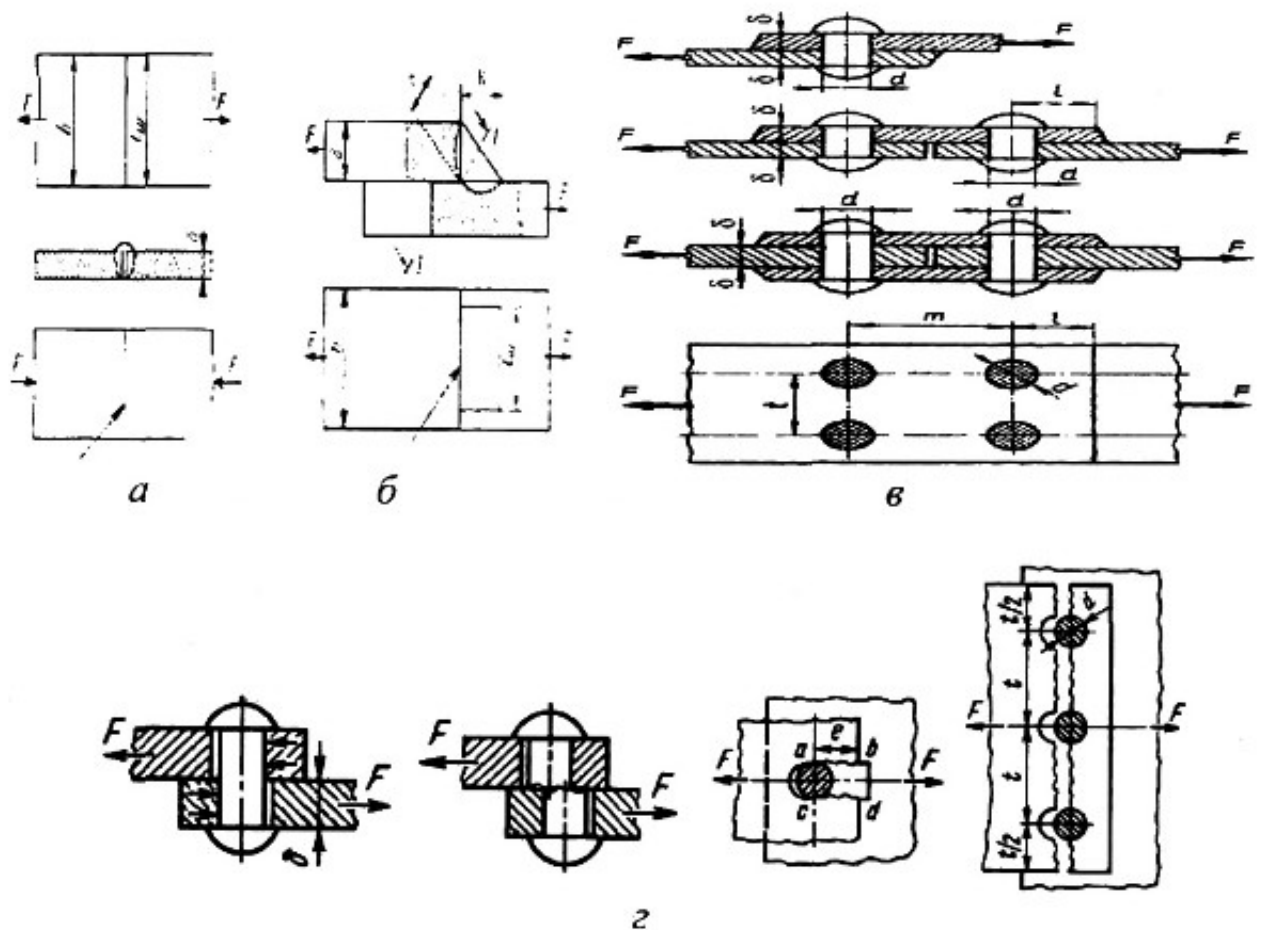
$F$  – навантаження на з'єднання,

$d$  – діаметр заклепки,

$i$  – кількість заклепок,

$k$  – кількість площин зрізу,

$\delta_{min}$  – найменша товщина листа.



2  
Рис. 60

### ❖ Питання для самоконтролю

1. У чому переваги зварних з'єднань перед заклепковими?
2. Як класифікуються зварні з'єднання за взаємним розміщенням зварюваних деталей?
3. Наведіть приклади застосування зварювання: напусткового, стикового, таврового, кутового.
4. Який з запропонованих заходів найбільш ефективний для підвищення міцності стикового шва: зняти потовщення; поставити накладки; поліпшити технологію зварювання, виключивши непровари?
5. Які фактори враховуються при виборі допустимих напружень для зварних з'єднань?